10

КОМПЛЕКСНИЙ ЗОШИТ
для КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

О. М. Роганін

Геометрія 10

Академічний рівень

ПОТОЧНИЙ І ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ

- ☑ Картки контролю теоретичних знань
- ☑ Графічний тренінг
- ☑ Самостійні роботи
- ☑ Контрольні роботи

Рекомендовано для використання в навчально-виховному процесі

Сучасна школа • Нова програма

ВИДАВНИЦТВО
РАНОК

ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНЬ

частина 1

Тема	Оцінки
СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ФАКТІВ І МЕТОДІВ ПЛАНІМЕТРІЇ	КТ31 ГТ1 СР1
ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ	КТ32 ГТ2 СР2
ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ, ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ	КТ33 ГТ3 СР3 СР4
ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПЛОЩИН	КТ34 ГТ4 СР5 СР6
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ	КТ35 ГТ5 СР7 СР8 СР9 СР10
ТЕОРЕМА ПРО ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН. КУТИ МІЖ ПРЯМИМИ ТА ПЛОЩИНАМИ	КТ36 ГТ6 СР11 СР12 СР13 СР14 СР15 СР16 СР17
ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ	КТ37 ГТ7 СР18

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОРИСТАННЯ ПЕРЕВІРОЧНИХ РОБІТ ДЛЯ ПОТОЧНОГО КОНТРОЛЮ

У першій частині посібника за кожною темою, що вивчається, запропоновано декілька перевірочних робіт, за допомогою яких учитель може здійснювати поточний контроль рівня навчальних досягнень учнів. Для того щоб контроль був повноцінним і всебічним, автором запропоновано такі види робіт, як *картка контролю теоретичних знань*, *графічний тренінг*, *самостійна робота*. Кожна перевірочна робота подається у двох рівнозначних варіантах.

Оскільки вимоги програми передбачають глибоке розуміння теоретичного матеріалу, автор вважає за доцільне хоча б один раз упродовж вивчення теми проводити перевірку рівня його засвоєння за допомогою *картки контролю теоретичних знань*. У разі необхідності можна провести повторну перевірку, використовуючи інший варіант картки.

Графічний тренінг контролює володіння графічними вміннями та включає перевірку вміння зображувати геометричні фігури та їхні елементи, виконувати допоміжні побудови, найпростіші побудови фігур.

На виконання завдань картки контролю теоретичних знань і графічного тренінгу відводиться 10 хв. Рівень теоретичних знань і виконання вправ графічного тренінгу рекомендується оцінювати максимальної оцінкою 12 балів. Розподіл балів за завданнями — на розсуд учителя.

Самостійна робота відстежує рівень засвоєння частини теми, що вивчається. Завдання самостійних робіт поділяються за рівнем складності та мають такі позначки:
• — початковий і середній; •• — достатній; ••• — високий рівні.

Завдання високого рівня мають містити обґрунтування. У розв'язуванні учні повинні записати послідовні логічні дії та пояснення. Завдання початкового та середнього рівнів оцінюються максимальною оцінкою 6 балів, завдання достатнього та високого рівнів — по 3 бали.

Автор рекомендує проводити самостійні роботи наприкінці кожної теми, бажано за один урок до проведення контрольної роботи, щоб устигнути проаналізувати рівень засвоєння навчального матеріалу теми, що вивчається. Час, який відведено на виконання самостійних робіт, становить 20 хв.

Картка контролю теоретичних знань 1

Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії

Варіант 1

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Трикутник, у якого дві сторони рівні, називається _____
2. Якщо три сторони одного трикутника відповідно дорівнюють трьом сторонам другого трикутника, то такі трикутники _____
3. Чотирикутник, у якого протилежні сторони паралельні, називається _____
4. Дайте означення трикутника, вписаного в коло. _____
5. Центр кола, описаного навколо трикутника, лежить у точці _____
6. Установіть відповідність між заданими геометричними фігурами (1–3) та їхніми властивостями (А–Г).

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

1 Прямокутник, відмінний від квадрата
2 Довільна трапеція
3 Ромб, відмінний від квадрата

А Діагоналі різні та не перпендикулярні
Б Діагоналі рівні
В Діагоналі перпендикулярні
Г Діагоналі рівні та перпендикулярні

7. Дано трикутник зі сторонами a, b, c (a — його найбільша сторона). Визначте вид даного трикутника (за величиною кутів), якщо $a^2 > b^2 + c^2$. Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Картка контролю теоретичних знань 1

Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

Варіант 2

1. Трикутник, у якого всі сторони рівні, називається _____
2. Якщо два кути одного трикутника відповідно дорівнюють двом кутам другого трикутника, то такі трикутники _____
3. Чотирикутник, у якого тільки дві протилежні сторони паралельні, називається _____
4. Дайте означення трикутника, описаного навколо кола. _____
5. Центр кола, вписаного в трикутник, лежить у точці _____
6. Установіть відповідність між заданими геометричними фігурами (1–3) та їхніми властивостями (А–Г).

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

1 Прямокутний трикутник
2 Рівнобедрений трикутник
3 Рівносторонній трикутник

А Дві медіани рівні
Б Всі висоти рівні
В Сума кутів дорівнює 360°
Г Квадрат однієї сторони дорівнює сумі квадратів двох інших сторін

7. Дано трикутник зі сторонами a, b, c (a — його найбільша сторона). Визначте вид даного трикутника (за величиною кутів), якщо $a^2 < b^2 + c^2$. Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Графічний тренінг 1

Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії

Варіант 1

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Побудуйте довільний гострокутний трикутник. Користуючись циркулем та лінійкою, впишіть у цей трикутник коло.

2. Побудуйте коло, радіус якого дорівнює 2 см. Користуючись транспортиром і лінійкою, впишіть у це коло спочатку правильний трикутник, а потім — правильний шестикутник.

Графічний тренінг 1

Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії

Варіант 2

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Побудуйте довільний тупокутний трикутник. Користуючись циркулем та лінійкою, впишіть у цей трикутник коло.

2. Побудуйте коло, радіус якого дорівнює 2 см. Користуючись кутником і лінійкою, впишіть у це коло спочатку правильний чотирикутник, а потім — правильний восьмикутник.

Картка контролю теоретичних знань 2
Вступ до стереометрії

Варіант 1 _____
Прізвище, ім'я Клас

1. Якщо дві різні площини мають спільну точку, то _____, що проходить через цю точку.

2. Через пряму і точку, _____ _____, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

3. Якщо дві точки прямої належать площині, то вся пряма _____

4. Сформулюйте означення піраміди.

5. Установіть відповідність між заданими многогранниками (1–3) та їхніми властивостями (А–Г).

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

1 Прямокутний паралелепіпед	А Має шість вершин
2 Чотирикутна піраміда	Б Має шість граней
3 Трикутна призма	В Має шість ребер
	Г Має вісім ребер

6. Скільки площин можна провести через точки *A*, *B*, C? Відповідь обґрунтуйте.

Картка контролю теоретичних знань 2
Вступ до стереометрії

_____ Варіант 2
Прізвище, ім'я Клас

1. Яка б не була площина, існують точки, які належать цій площині, і точки, _____

2. Якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них можна _____ _____, і до того ж тільки одну.

3. Через три точки, які _____ _____, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

4. Сформулюйте означення призми.

5. Установіть відповідність між многогранниками (1–3) та їхніми властивостями (А–Г).

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

1 Прямокутний паралелепіпед	А Має десять вершин
2 Трикутна піраміда	Б Має чотири грані
3 П'ятикутна призма	В Має дванадцять ребер
	Г Має вісім ребер

6. Скільки площин можна провести через пряму *a* і точку *B*? Відповідь обґрунтуйте.

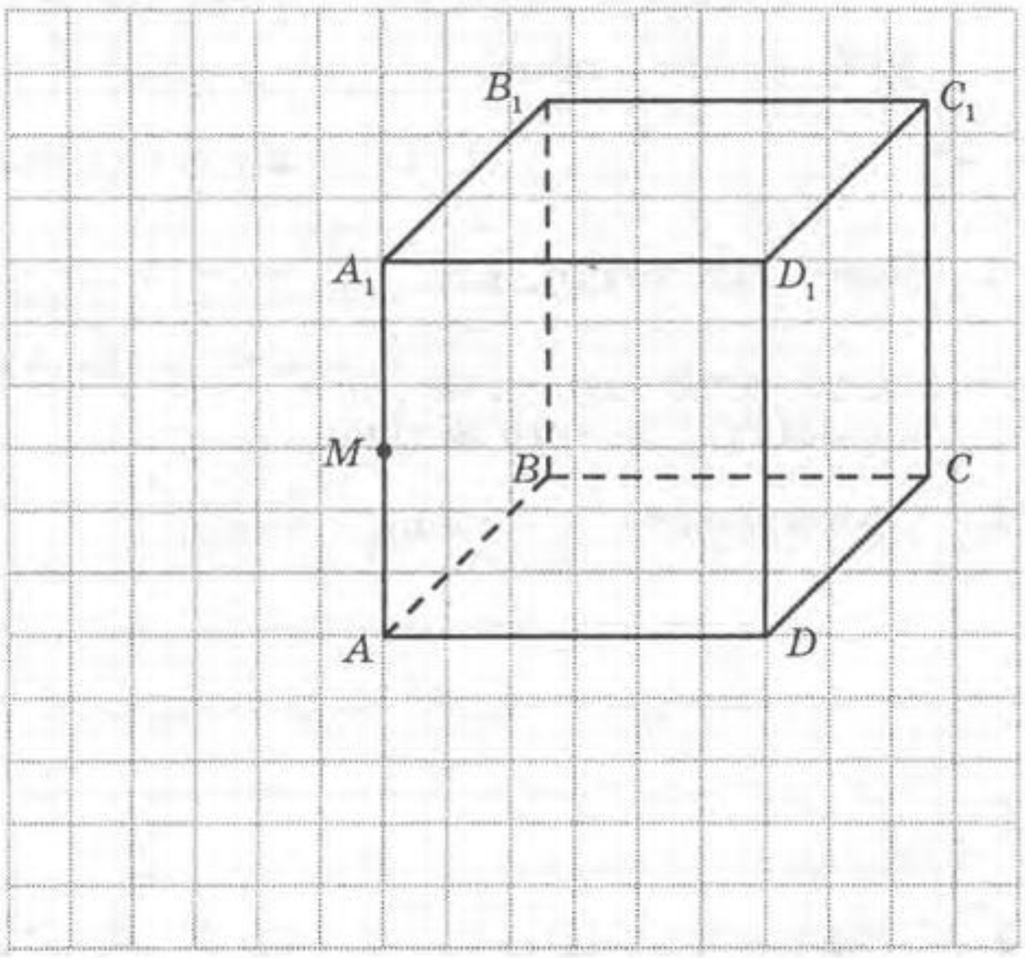
Графічний тренінг 2

Вступ до стереометрії

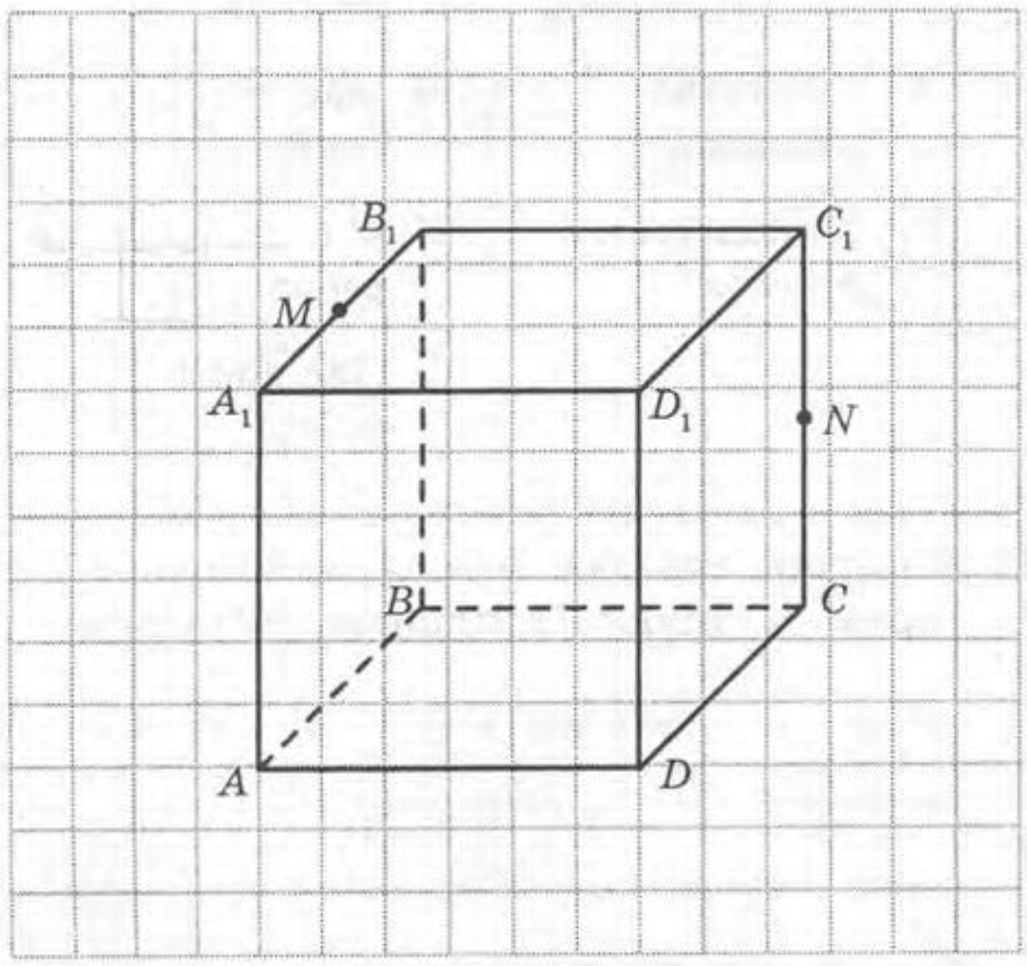
Варіант 1

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Користуючись рисунком, на якому зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, побудуйте точку перетину прямої B_1M з площиною ABC, якщо точка M — середина ребра AA_1.



2. Користуючись рисунком, на якому зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, побудуйте пряму перетину площини DNM з площиною $A_1B_1C_1$, якщо точки M і N — середини ребер A_1B_1 і CC_1 відповідно.



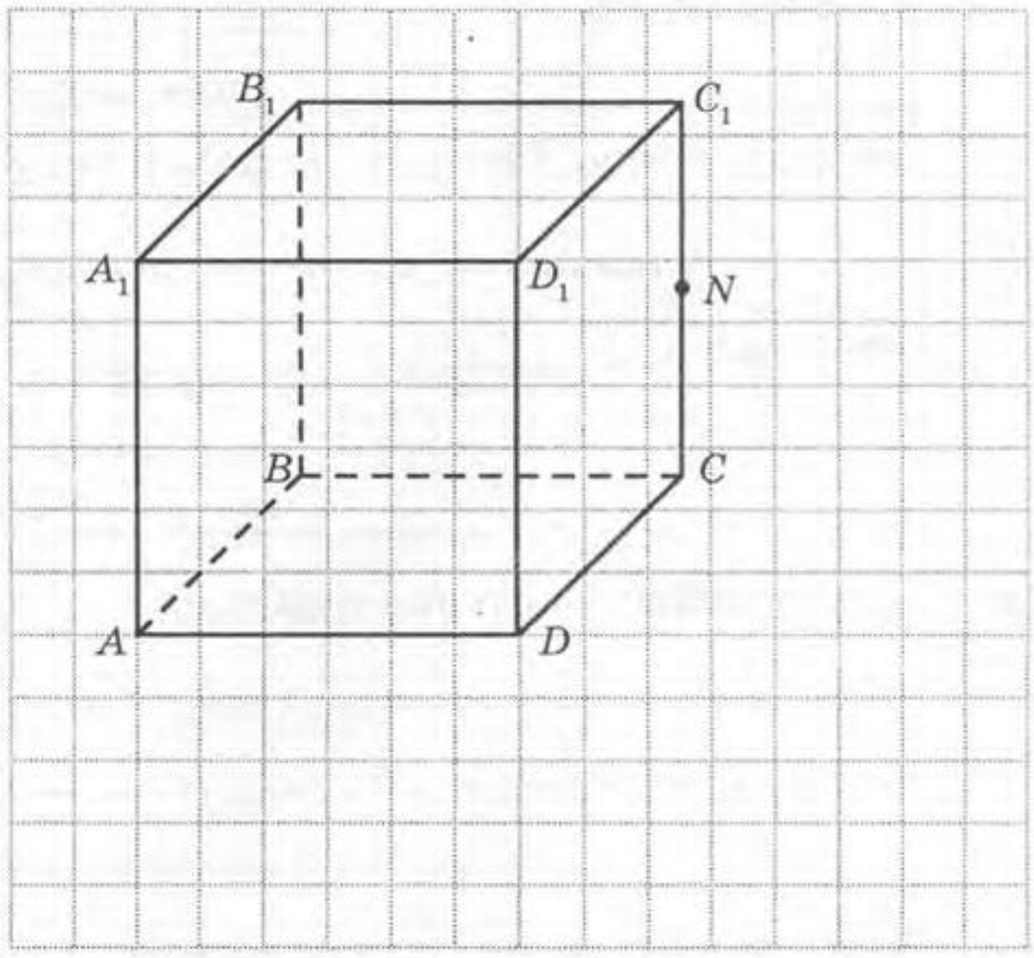
Графічний тренінг 2

Вступ до стереометрії

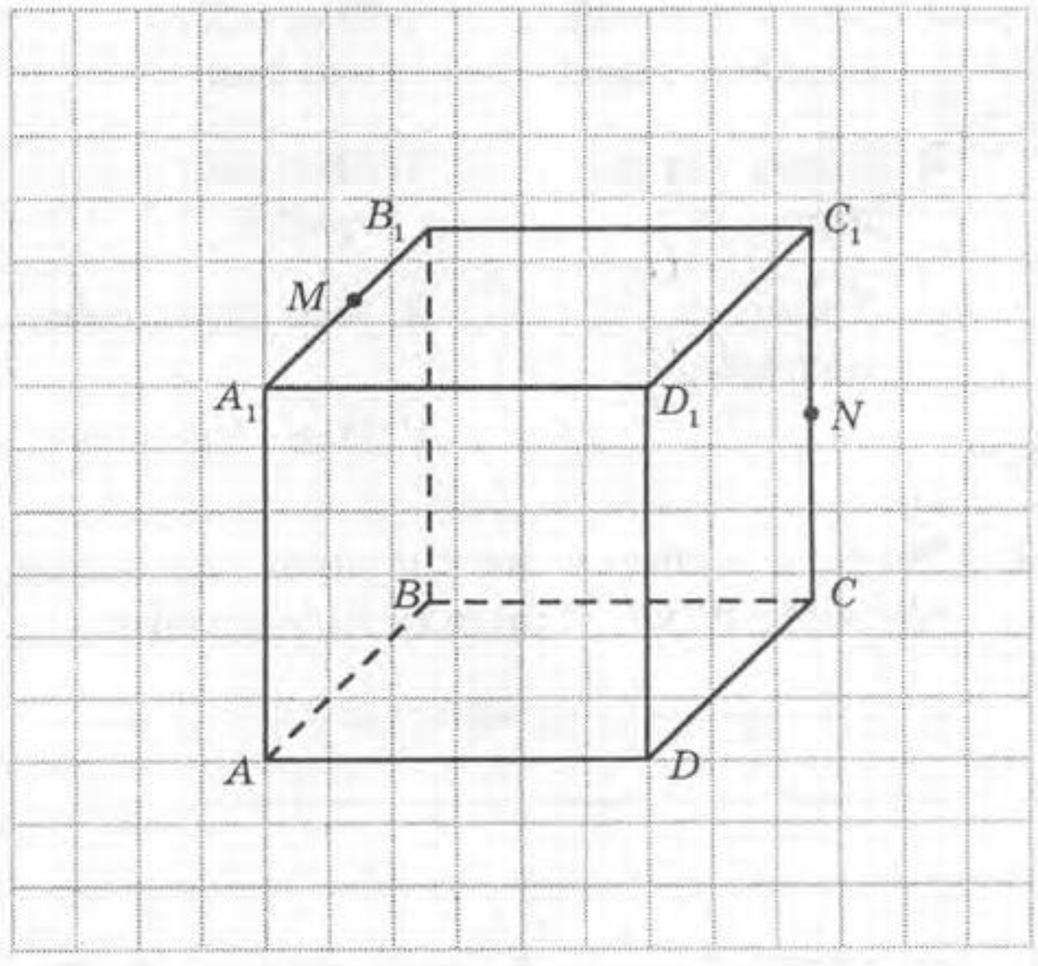
Прізвище, ім'я _____ Клас _____

Варіант 2

1. Користуючись рисунком, на якому зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, побудуйте точку перетину прямої B_1N з площиною ABC, якщо точка N — середина ребра CC_1.



2. Користуючись рисунком, на якому зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, побудуйте пряму перетину площини BNM з площиною $A_1B_1C_1$, якщо точки M і N — середини ребер A_1B_1 і CC_1 відповідно.



Картка контролю теоретичних знань 3
Паралельність прямих, прямої і площини

Варіант 1 _____
Прізвище, ім'я Клас

1. Якщо одна з двох прямих лежить у площині, а друга перетинає цю площину в точці, яка не лежить на першій прямій, то ці прямі _____

2. Пряму та площину називають паралельними, якщо вони _____

3. Якщо площина проходить через пряму, що паралельна другій площині, і перетинає цю другу площину, то пряма перетину _____

4. Запишіть означення паралельних прямих.

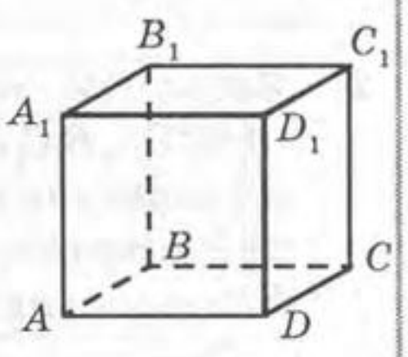
_____

_____

_____

_____

5. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Установіть відповідність між заданими прямими (1–3) та паралельними їм площинами (А–Г).



1 BC	А (DD_1C)
2 AC	Б (ADD_1)
3 DD_1	В (DA_1C_1)
	Г (BCC_1)

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

6. Скільки площин, паралельних даній прямій, можна провести через точку, що не належить даній прямій? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Картка контролю теоретичних знань 3
Паралельність прямих, прямої і площини

_____ Варіант 2
Прізвище, ім'я Клас

1. Дві прямі, паралельні третій прямій, _____

2. Якщо пряма, яка не належить площині, паралельна будь-якій прямій у цій площині, то вона _____

_____

3. Якщо через кожну із двох паралельних прямих проведено площину, причому ці площини перетинаються, то лінія їх перетину _____

4. Запишіть означення мимобіжних прямих.

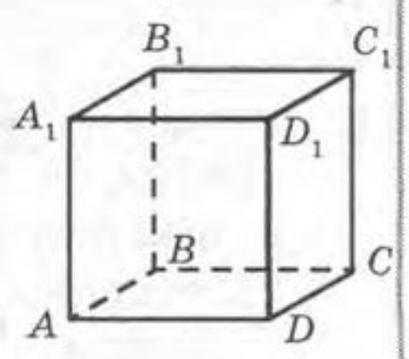
_____

_____

_____

_____

5. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Установіть відповідність між заданими прямими (1–3) та паралельними їм прямими (А–Г).



1 DD_1	А AB
2 A_1B_1	Б AC
3 A_1C_1	В AC_1
	Г BB_1

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

6. Скільки прямих, паралельних даній площині, можна провести через точку, що не належить даній площині? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Графічний тренінг 3

Паралельність прямих, прямої і площини

Варіант 1

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$. Позначте точку K — середину ребра MA. У площині AMC через точку K проведіть пряму, паралельну площині MBC.

2. Зобразіть прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точку O — точку перетину діагоналей грані $ABCD$. Побудуйте пряму, яка проходить через точку D і паралельна прямій B_1O.

Графічний тренінг 3

Паралельність прямих, прямої і площини

Прізвище, ім'я _____ Клас _____ Варіант 2

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$. Позначте точку K — середину ребра MB. У площині BCM через точку K проведіть пряму, паралельну площині MAC.

2. Зобразіть прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точку O — точку перетину діагоналей грані $ABCD$. Побудуйте пряму, яка проходить через точку C і паралельна прямій A_1O.

Картка контролю теоретичних знань 4
Паралельність площин

Варіант 1

_____
Прізвище, ім'я Клас

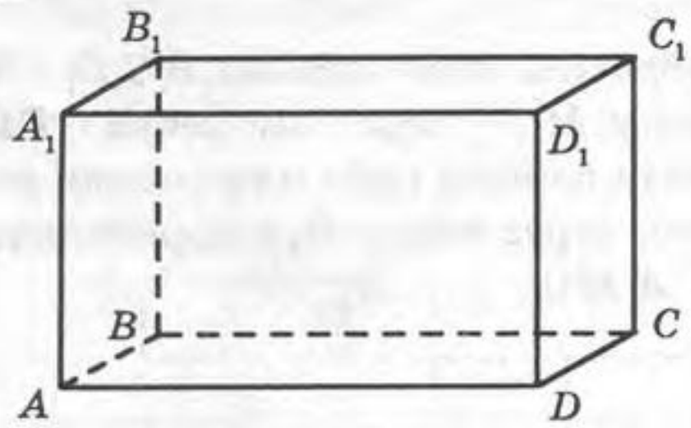
1. Дві площини називаються паралельними, якщо вони _____
2. Через точку поза даною площиною проходить _____, паралельна даній площині.
3. Прямолінійні відрізки фігури зображаються на площині рисунка _____
4. Запишіть теорему про відрізки паралельних прямих, які містяться між двома паралельними площинами.

_____

_____

_____

5. Дано прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Установіть відповідність між заданими площинами (1–3) та паралельними їм площинами (А–Г).



1 (ABB_1)	А (BB_1C)
2 $(A_1B_1D_1)$	Б (CDD_1)
3 (AB_1D_1)	В (DBC_1)
	Г (ABC)

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

6. Скільки площин, паралельних даній площині, можна провести через точку, яка не належить даній площині? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Картка контролю теоретичних знань 4
Паралельність площин

_____
Прізвище, ім'я Клас

Варіант 2

1. Через точку поза даною площиною можна провести площину, _____, і до того ж тільки одну.
2. Якщо дві паралельні площини перетинаються третьою, то прямі перетину _____
3. Паралельні відрізки фігури зображаються на площині рисунка _____

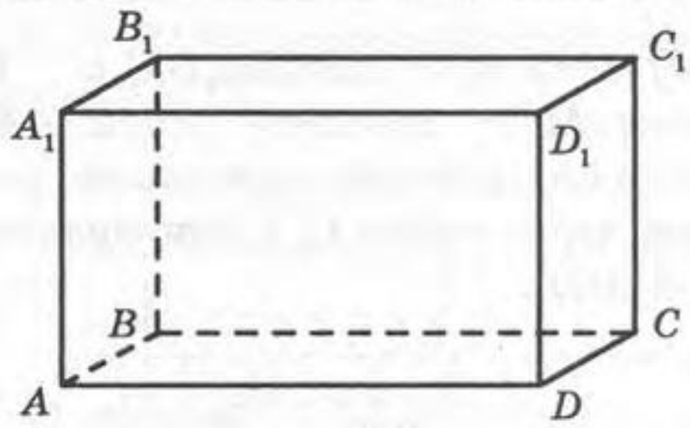
_____

4. Запишіть теорему про відношення відрізків однієї прямої або паралельних прямих при паралельному проектуванні.

_____

_____

5. Дано прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Установіть відповідність між заданими площинами (1–3) та паралельними їм площинами (А–Г).



1 (BCC_1)	А (DD_1C_1)
2 (B_1AC)	Б (ADD_1)
3 (ADD_1)	В (DA_1C_1)
	Г (BCC_1)

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

6. Скільки площин, паралельних даній площині, можна провести через пряму, яка паралельна даній площині? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Графічний тренінг 4

Паралельність площин

Варіант 1

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$. На ребрі MB позначте точку K так, щоб $MK:KB=2:1$. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка паралельна площині MAC і проходить через точку K.

2. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точку M — середину ребра AA_1. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точку C_1 і паралельна площині B_1MD_1.

Графічний тренінг 4

Паралельність площин

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

Варіант 2

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$. На ребрі MA позначте точку K так, щоб $MK:KA=1:2$. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка паралельна площині MBC і проходить через точку K.

2. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точку M — середину ребра DD_1. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точку B_1 і паралельна площині A_1MC_1.

Картка контролю теоретичних знань 5

Перпендикулярність прямої і площини

Варіант 1 _____
Прізвище, ім'я Клас

1. Якщо дві площини перпендикулярні до тієї самої прямої, то вони _____

_____

2. Якщо пряма перпендикулярна до однієї із двох паралельних площин, то вона _____

_____.

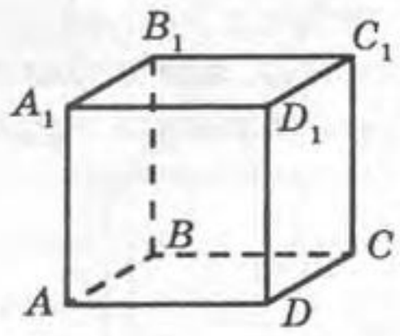
3. Якщо деяка точка рівновіддалена від вершин многокутника, то основа перпендикуляра, опущеного з даної точки на площину многокутника, збігається з центром кола, _____

4. Запишіть означення прямої, перпендикулярної до площини.

_____

_____

5. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Установіть відповідність між заданими прямими (1–3) та перпендикулярними їм площинами (А–Г).



1	AB	А	(BDD_1)		А	Б	В	Г
2	AC	Б	(BDC_1)	1				
3	DD_1	В	(ABC)	2				
		Г	(BCC_1)	3				

6. Скільки площин, перпендикулярних до даної прямої, можна провести через точку, що не належить даній прямій? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Картка контролю теоретичних знань 5

Перпендикулярність прямої і площини

_____ Варіант 2
Прізвище, ім'я Клас

1. Якщо дві прямі перпендикулярні до тієї самої площини, то дані прямі _____

_____

2. Якщо площина перпендикулярна до однієї із двох паралельних прямих, то вона

_____

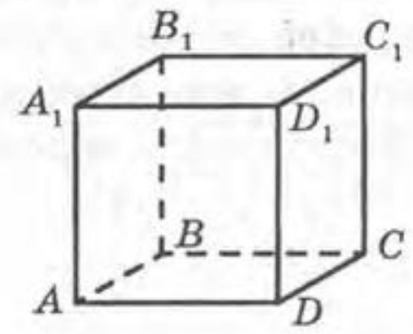
3. Якщо через центр кола, описаного навколо многокутника, проведено пряму, перпендикулярну до площини многокутника, то кожна точка цієї прямої рівновіддалена від _____

4. Запишіть означення перпендикуляра, опущеного з даної точки на площину.

_____

_____

5. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Установіть відповідність між заданими прямими (1–3) та перпендикулярними їм площинами (А–Г).



1	BB_1	А	(ABB_1)		А	Б	В	Г
2	BC	Б	$(A_1B_1C_1)$	1				
3	BD	В	(AB_1C)	2				
		Г	(ACC_1)	3				

6. Скільки прямих, перпендикулярних до даної площини, можна провести через точку, що не належить даній площині? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Графічний тренінг 5

Перпендикулярність прямої і площини

Варіант 1

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$, у якій всі ребра рівні. Позначте точку K — середину ребра MC. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка перпендикулярна до ребра MC і проходить через точку K.

2. Зобразіть чотирикутну піраміду $MABCD$, у якій всі ребра рівні, та побудуйте її переріз площиною, яка перпендикулярна до ребра MC і проходить через вершину B.

Графічний тренінг 5

Перпендикулярність прямої і площини

Прізвище, ім'я _____ Клас _____ Варіант 2

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$, у якій всі ребра рівні. Позначте точку K — середину ребра BC. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка перпендикулярна до ребра BC і проходить через точку K.

2. Зобразіть чотирикутну піраміду $MABCD$, у якій всі ребра рівні, та побудуйте її переріз площиною, яка перпендикулярна до ребра MB і проходить через вершину C.

Картка контролю теоретичних знань 6

Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Кути між прямими та площинами

Варіант 1

_____
Прізвище, ім'я *Клас*

1. Якщо точка рівновіддалена від сторін многокутника й основа перпендикуляра, опущеного з даної точки до площини многокутника, лежить усередині многокутника, то основа перпендикуляра є

_____

2. Спільним перпендикуляром до двох мимобіжних прямих називається відрізок з кінцями на цих прямих, _____

_____

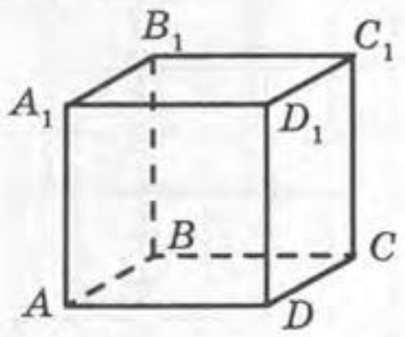
3. Якщо площини перпендикулярні, то кут між ними дорівнює _____

4. Запишіть ознаку перпендикулярності двох площин. _____

_____

_____

5. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Встановіть відповідність між заданими площинами (1–3) та перпендикулярними їм площинами (А–Г).



1	(ABB_1)	**А**	(BDD_1)
2	(ACC_1)	**Б**	(BDC_1)
3	(ADD_1)	**В**	(ABB_1)
		Г	(BCC_1)

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

6. Скільки площин, перпендикулярних до даної площини, можна провести через пряму, яка паралельна даній площині? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Картка контролю теоретичних знань 6

Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Кути між прямими та площинами

_____
Прізвище, ім'я *Клас*

Варіант 2

1. Якщо через центр кола, вписаного в многокутник, проведено перпендикуляр до площини многокутника, то кожна точка перпендикуляра _____

_____

2. Кут між паралельними прямими дорівнює

_____

3. Відстанню між мимобіжними прямими називається довжина _____

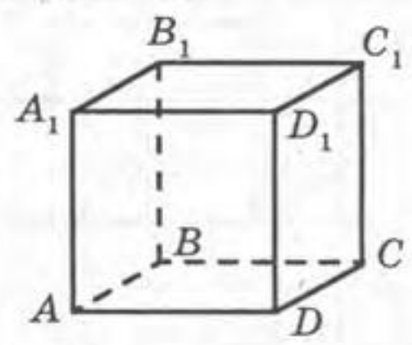
_____

4. Запишіть формулювання теореми про три перпендикуляри. _____

_____

_____

5. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Встановіть відповідність між заданими площинами (1–3) та перпендикулярними їм площинами (А–Г).



1	(DCC_1)	**А**	(ADD_1)
2	(BCC_1)	**Б**	(ACC_1)
3	(BDD_1)	**В**	(AB_1C)
		Г	(DCC_1)

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

6. Скільки площин, перпендикулярних до даної площини, можна провести через точку, яка не належить даній площині? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Графічний тренінг 6

Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Кути між прямими та площинами

Варіант 1

_____
Прізвище, ім'я *Клас*

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$, у якій всі ребра рівні. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка проходить через пряму MC і перпендикулярна до площини MBA.

2. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ та побудуйте його переріз площиною, яка проходить через точку D_1 і перпендикулярна до прямої B_1D.

Графічний тренінг 6

Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Кути між прямими та площинами

_____ *Варіант 2*

Прізвище, ім'я *Клас*

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$, у якій всі ребра рівні. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка проходить через пряму BC і перпендикулярна до площини ACM.

2. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ та побудуйте його переріз площиною, яка проходить через точку A_1 і перпендикулярна до прямої AC_1.

Картка контролю теоретичних знань 7

Повторення та систематизація навчального матеріалу

Варіант 1

_____
Прізвище, ім'я Клас

1. Якщо прямі перпендикулярні, то величина кута між цими прямими дорівнює

_____

2. Якщо пряма на площині перпендикулярна до похилої, то вона перпендикулярна і _____

3. Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, які лежать у площині й перетинаються, то вона перпендикулярна

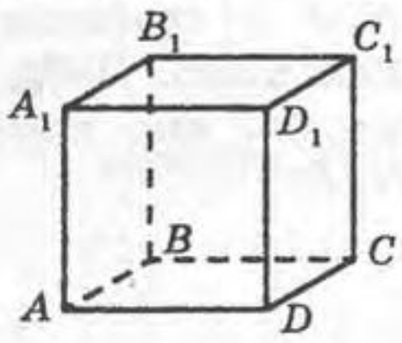
_____

4. Запишіть означення кута між мимобіжними прямими. _____

_____

_____

5. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Установіть відповідність між заданими прямими (1–3) та градусними мірами кутів між ними (А–Г).



1 AB і AC	А 0°
2 AB і B_1D_1	Б 45°
3 BC_1 і D_1C	В 60°
	Г 90°

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

6. Скільки площин, перпендикулярних до даних двох мимобіжних прямих, можна провести через точку, яка не належить даним прямим? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Картка контролю теоретичних знань 7

Повторення та систематизація навчального матеріалу

_____
Прізвище, ім'я Клас

Варіант 2

1. Відстанню від точки A до прямої a називається _____, опущеного з точки A на пряму a.

2. Будь-яка пряма на площині, перпендикулярна до проекції похилої на цю площину, перпендикулярна _____

3. Якщо площини паралельні, то кут між ними дорівнює _____

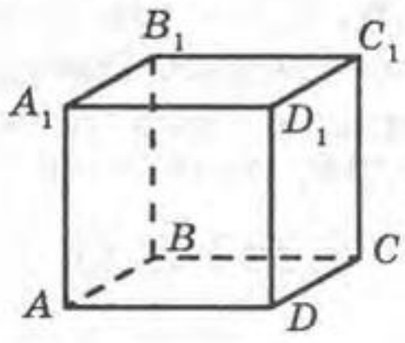
4. Запишіть означення кута між площинами. _____

_____

_____

_____

5. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рисунок). Установіть відповідність між заданими прямими (1–3) та градусними мірами кутів між ними (А–Г).



1 AB і CD	А 0°
2 AC і DC_1	Б 45°
3 BD і A_1C_1	В 60°
	Г 90°

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

6. Скільки площин, паралельних даним двом мимобіжним прямим, можна провести через точку, яка не належить даним прямим? Відповідь обґрунтуйте.

_____

_____

_____

Графічний тренінг 7

Повторення та систематизація навчального матеріалу

Варіант 1

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$. На ребрах AM, AC і BC позначте відповідно точки K, P і H так, щоб $AK:KM=2:1$, $AP=PC$, $BH:HC=1:2$. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка проходить через точки K, P і H.

2. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точки M, N, P — середини ребер AD, B_1C_1, CD відповідно. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки M, N, P.

Графічний тренінг 7

Повторення та систематизація навчального матеріалу

Варіант 2

Прізвище, ім'я _____ Клас _____

1. Зобразіть трикутну піраміду $MABC$. На ребрах BM, AB і AC позначте відповідно точки K, P і H так, щоб $BK:KM=2:1$, $BP=PA$, $CH:HA=1:2$. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка проходить через точки K, P і H.

2. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точки M, N, P — середини ребер A_1B_1, B_1C_1, CD відповідно. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки M, N, P.

Дата: _____ *Клас:*_____ *Прізвище, ім'я:*_____	*Оцінка*

САМОСТІЙНА РОБОТА 1. **ПЛАНІМЕТРІЯ (ПОВТОРЕННЯ)**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• **Знайдіть бічну сторону рівнобедреного трикутника, у якого основа та висота, проведена до основи, відповідно дорівнюють:**

12 см і 8 см | **16 см і 6 см**

☐ **А** 6 см ☐ **Б** 8 см ☐ **В** 9 см ☐ **Г** 10 см ☐ **Д** 11 см

2.• **Сторони прямокутника дорівнюють 3 см і $\sqrt{3}$ см. Знайдіть кут, який утворює діагональ прямокутника:**

з більшою стороною прямокутника | **з меншою стороною прямокутника**

☐ **А** 30° ☐ **Б** 45° ☐ **В** 60° ☐ **Г** 75° ☐ **Д** 90°

3.• **Визначте, скільки сторін має правильний многокутник, внутрішній кут якого дорівнює:**

108° | **120°**

☐ **А** 4 ☐ **Б** 5 ☐ **В** 6 ☐ **Г** 7 ☐ **Д** 8

4.•• **Знайдіть площу рівнобедреної трапеції з бічною стороною 5 см, якщо її основи дорівнюють:**

10 см і 4 см | **12 см і 4 см**

5.•• **Знайдіть площу вписаного в прямокутний трикутник круга, якщо точка дотику кола, що обмежує цей круг, ділить гіпотенузу на відрізки завдовжки:**

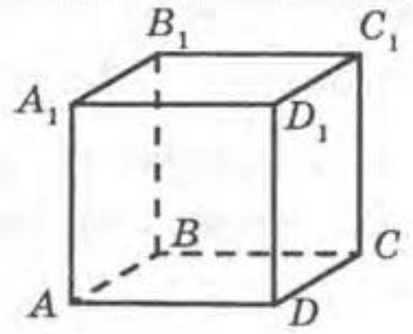
8 см і 12 см | **6 см і 9 см**

Дата: _____ *Клас:*_____ *Прізвище, ім'я:*_____	*Оцінка*

САМОСТІЙНА РОБОТА 2. **АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ ТА НАСЛІДКИ З НИХ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.



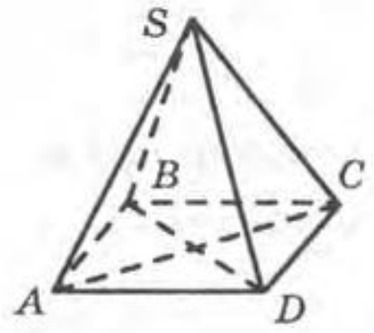
1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть точку, яка:

належить площині ACC_1 | не належить площині BDD_1

☐ **А** D ☐ **Б** A_1 ☐ **В** D_1 ☐ **Г** B ☐ **Д** B_1

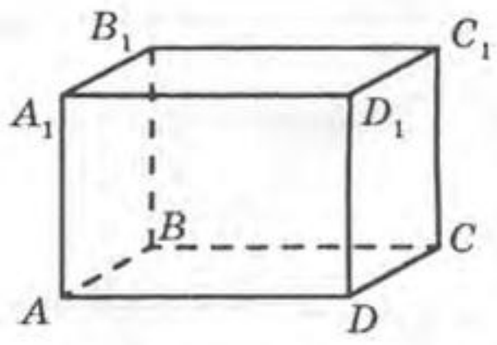
2.• На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$. Укажіть пряму, по якій перетинаються площини:

SBD і ABC | SAC і BCD



☐ **А** BD ☐ **Б** BC ☐ **В** AC ☐ **Г** SB ☐ **Д** SC

3.• На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка належить площині:



AA_1B | CC_1B_1

☐ **А** AD ☐ **Б** DD_1 ☐ **В** AC ☐ **Г** BD ☐ **Д** B_1B

4.•• Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Нехай діагональ грані куба дорівнює 4 см. Побудуйте переріз куба та знайдіть його периметр, якщо цей переріз має проходити через середини ребер:

AB, AD і AA_1 | AB, BC і BB_1

5.•• Доведіть, що всі сторони чотирикутника $ABCD$ лежать в одній площині, якщо:

діагоналі цього чотирикутника перетинаються | перетинаються продовження протилежних сторін цього чотирикутника

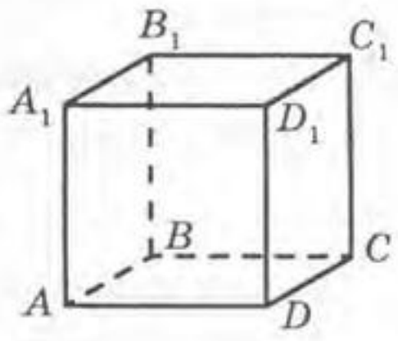
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 3. **ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ У ПРОСТОРІ. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

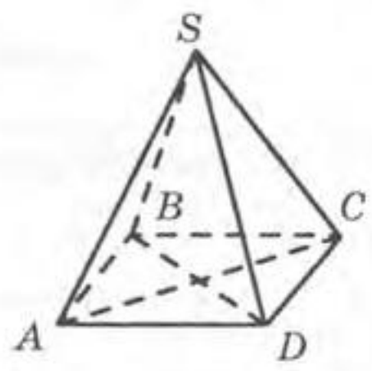
1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Серед наведених пар прямих укажіть:



пару паралельних прямих | пару мимобіжних прямих

☐ **А** AC і BD ☐ **Б** AC і A_1C_1 ☐ **В** AC_1 і A_1C ☐ **Г** BD_1 і DB_1 ☐ **Д** AC і B_1D

2.• На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$ ($ABCD$ — квадрат). Серед наведених пар прямих укажіть:



пару мимобіжних прямих | пару паралельних прямих

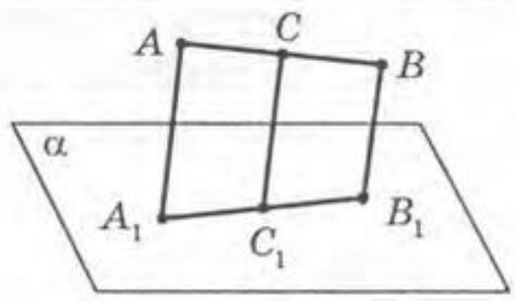
☐ **А** SB і BD ☐ **Б** SB і BC ☐ **В** SB і AC ☐ **Г** SB і AB ☐ **Д** AB і CD

3.• Укажіть, скільки площин можна провести через:

діагональ куба та його ребро | діагональ куба та діагональ його грані

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або нескінченну множину ☐ **Г** Жодної або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

4.•• Через кінці відрізка AB і його внутрішню точку C проведено паралельні прямі, що перетинають площину α в точках A_1, B_1, C_1 відповідно (див. рисунок). Знайдіть AA_1, якщо:



$BB_1 = 10$ см, $CC_1 = 12$ см, $AC : BC = 3 : 2$ | $BB_1 = 20$ см, $CC_1 = 22$ см, $A_1C_1 : C_1B_1 = 3 : 2$

5.•• Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Доведіть, що:

прямі AB_1 і DC_1 паралельні | прямі B_1A і CD_1 паралельні

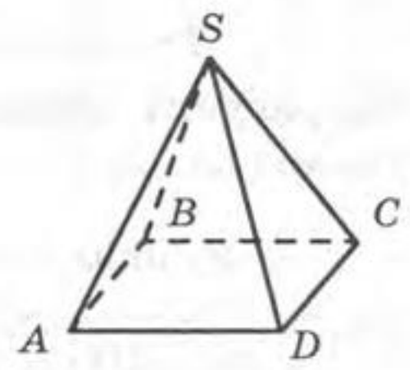
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 4. ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ У ПРОСТОРІ. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$ ($ABCD$ — квадрат). Укажіть площину, яка паралельна прямій:



AB	CD

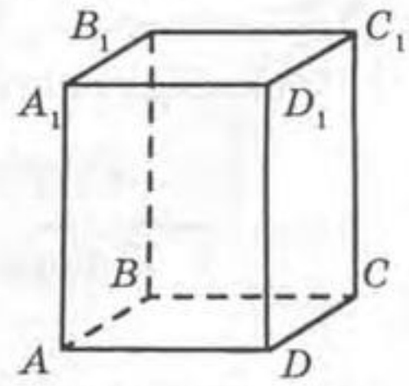
☐ **А** (SAB) ☐ **Б** (SBC) ☐ **В** (SCD) ☐ **Г** (SAD) ☐ **Д** (SAC)

2.• Скільки можна провести через центр описаного навколо трикутника ABC кола прямих, які:

перетинають площину ABC?	паралельні площині ABC?

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або нескінченну множину ☐ **Г** Жодної або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

3.• На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка паралельна площині:

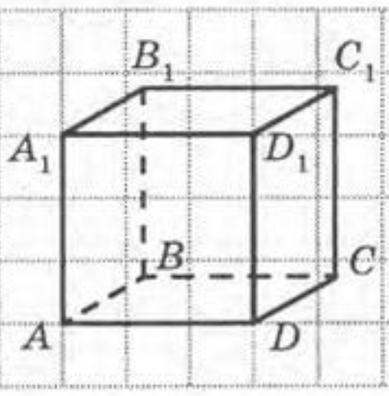


BDC_1	AB_1C

☐ **А** AB ☐ **Б** BC ☐ **В** A_1C_1 ☐ **Г** B_1D_1 ☐ **Д** B_1B

4.•• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Нехай ребро куба дорівнює 10 см. Побудуйте точку X та знайдіть відстань BX, якщо точка X — точка перетину з площиною ABC прямої, яка проходить через точку B_1 і середину ребра:

AA_1	CC_1



5.•• Побудуйте куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ і точку O — центр грані $ABCD$. Доведіть, що:

пряма A_1O паралельна площині B_1D_1C	пряма C_1O паралельна площині B_1D_1A

Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 5. **ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПЛОЩИН**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• Дано дві паралельні площини α і β. Визначте, скільки в площині α існує прямих, які:

паралельні площині β | перетинають площину β

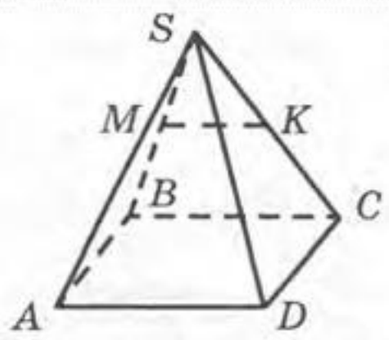
☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одна ☐ **В** Жодної або нескінченна множина ☐ **Г** Жодної або одна ☐ **Д** Нескінченна множина

2.• Дано дві площини α і β, які перетинаються. Визначте, скільки в площині α існує прямих, які:

перетинають площину β | паралельні площині β

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одна ☐ **В** Жодної або нескінченна множина ☐ **Г** Жодної або одна ☐ **Д** Нескінченна множина

3.• На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$. Чотирикутник $ABCD$ — квадрат, а відрізок MK — середня лінія трикутника SBC. Укажіть площину, паралельну площині MKP, якщо точка P — середина ребра:



AB | CD

☐ **А** (SAB) ☐ **Б** (SBC) ☐ **В** (SCD) ☐ **Г** (SAD) ☐ **Д** (SAC)

4.•• Паралельні площини α і β перетинають сторони кута ABC в точках A_1, C_1 і A_2, C_2 відповідно. Знайдіть BC_1, якщо:

$A_1B : A_2B = 3:5$, $BC_2 = 15$ см | $A_1B : A_1A_2 = 2:3$, $BC_2 = 15$ см

5.•• Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Нехай ребро куба дорівнює 4 см. Побудуйте переріз куба та знайдіть його периметр, якщо цей переріз має проходити через точки A, M і P, де M і P — середини ребер:

DC і CC_1 відповідно | BC і CC_1 відповідно

Дата: _____ *Клас:*_____ *Прізвище, ім'я:*_____	*Оцінка*

САМОСТІЙНА РОБОТА 6

ПАРАЛЕЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• Укажіть, яка з наведених фігур не може бути проекцією:

ромба | квадрата

☐ **А** Квадрат ☐ **Б** Паралелограм ☐ **В** Прямокутник ☐ **Г** Трапеція ☐ **Д** Ромб

2.• Укажіть, яка з наведених фігур може бути паралельною проекцією двох сусідніх сторін:

прямокутника | трапеції

☐ **А** Три точки ☐ **Б** Дві точки ☐ **В** Одна пряма ☐ **Г** Два відрізка ☐ **Д** Дві прямі

3.• Укажіть, яка з наведених фігур може бути паралельною проекцією:

основ трапеції | протилежних сторін ромба

☐ **А** Одна точка ☐ **Б** Дві точки ☐ **В** Одна пряма ☐ **Г** Два відрізка, які перетинаються ☐ **Д** Дві прямі

4.•• Площина α не перетинає відрізок AB. Паралельними проекціями кінців відрізка AB та його середини — точки C — на площину α є точки A_1, B_1, C_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка:

BB_1, якщо $AA_1 = 10$ см, $CC_1 = 6$ см | AA_1, якщо $BB_1 = 10$ см, $CC_1 = 12$ см

5.•• Площина α не перетинає паралелограм $ABCD$. Точка O — точка перетину діагоналей паралелограма. Паралельними проекціями вершин A, B, C, D паралелограма та точки O на площину α є точки A_1, B_1, C_1, D_1 і O_1 відповідно. Доведіть, що:

$AA_1 + CC_1 = 2OO_1$ | $BB_1 + DD_1 = 2OO_1$

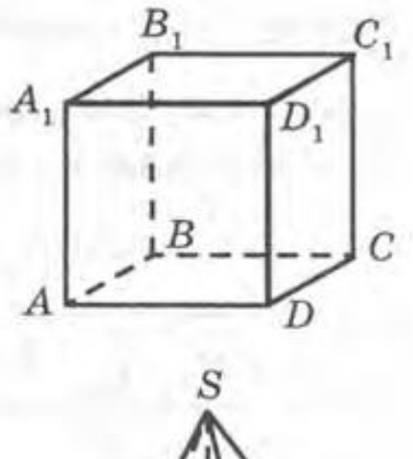
Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 7. **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ У ПРОСТОРІ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1. • **На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка перпендикулярна до прямої:**

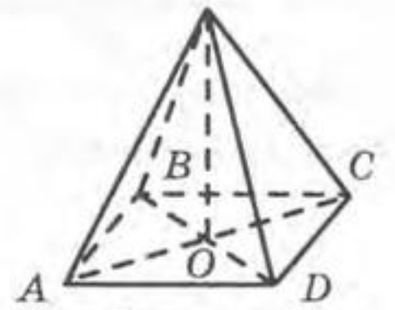


S

AC	*BC*

☐ **А** AB ☐ **Б** BC ☐ **В** AB_1 ☐ **Г** AC ☐ **Д** BD

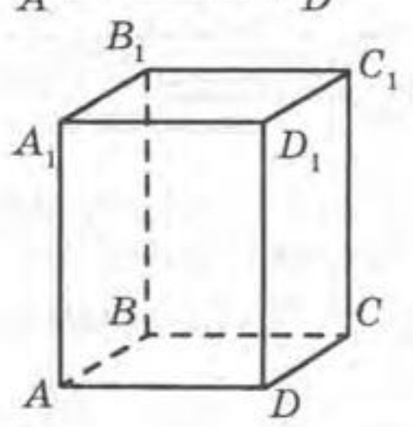
2. • **На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$, у якій усі бічні ребра рівні, а основою є квадрат $ABCD$. Укажіть пряму, яка перпендикулярна до прямої:**



AC	*BD*

☐ **А** SA ☐ **Б** SO ☐ **В** CS ☐ **Г** SD ☐ **Д** SB

3. • **На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Скільки можна провести перпендикулярних до прямої AA_1 прямих, які проходять через точку:**



A	*B*

☐ **А** Тільки одну ☐ **Б** Жодної ☐ **В** Нескінченну множину ☐ **Г** Одну або нескінченну множину ☐ **Д** Одну або жодної

4. •• **Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро якого дорівнює 2 см. Точка O — центр грані $ABCD$. Знайдіть площу трикутника:**

AB_1O	BC_1O

5. •• **У трикутній піраміді $SABC$, у якій $AB \perp BC$, через точку M ребра SB проведено переріз площиною, яка паралельна площині ABC. Відомо, що $AB=10$ см, $BC=15$ см. Знайдіть площу цього перерізу, якщо:**

$SM:MB=2:3$	$SM:MB=3:2$

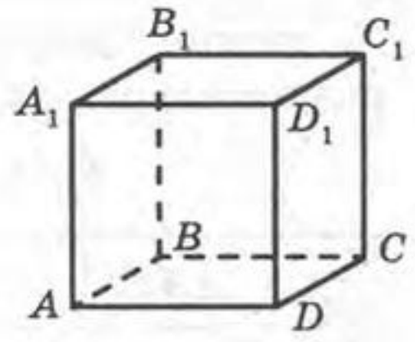
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 8. **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

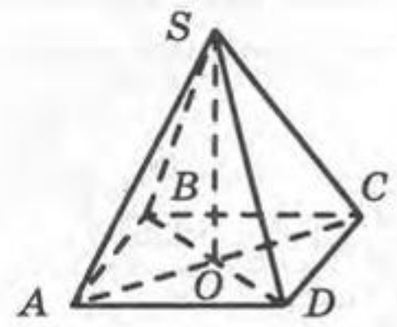
1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка перпендикулярна до площини:



ACC_1	BB_1D

☐ **А** AB ☐ **Б** BC ☐ **В** AB_1 ☐ **Г** AC ☐ **Д** BD

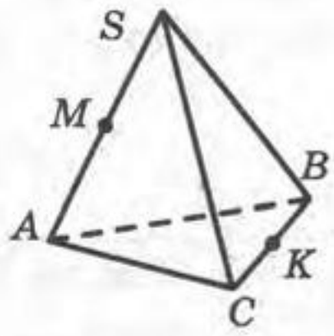
2.• На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду $SABCD$. Укажіть площину, яка перпендикулярна до прямої:



AC	BD

☐ **А** (SAB) ☐ **Б** (SBC) ☐ **В** (SCD) ☐ **Г** (SBD) ☐ **Д** (SAC)

3.• У трикутній піраміді $SABC$, у якій всі ребра рівні, точки M і K — середини ребер AS і BC відповідно (див. рисунок). Укажіть площину, яка перпендикулярна до прямої:



AS	BC

☐ **А** (SAB) ☐ **Б** (SAC) ☐ **В** (SBC) ☐ **Г** (ASK) ☐ **Д** (BCM)

4.•• Поза площиною прямокутника $ABCD$ узято точку M, причому $MA \perp AB$ і $MA \perp AD$. Знайдіть відстань від точки M до точки C, якщо:

$AB=1$ см, $AD=2\sqrt{2}$ см, $AM=4$ см	$AB=2$ см, $AD=2\sqrt{3}$ см, $AM=3$ см

5.•• У чотирикутній піраміді $SABCD$ усі ребра рівні. Доведіть, що:

площина BMD перпендикулярна до прямої SC, де точка M — середина ребра SC	площина AKC перпендикулярна до прямої SB, де точка K — середина ребра SB

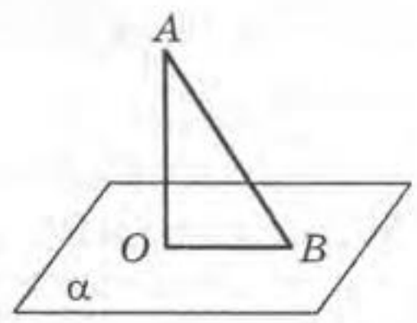
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 9. **ПЕРПЕНДИКУЛЯР І ПОХИЛА. ВІДСТАНЬ ВІД ТОЧКИ ДО ПЛОЩИНИ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

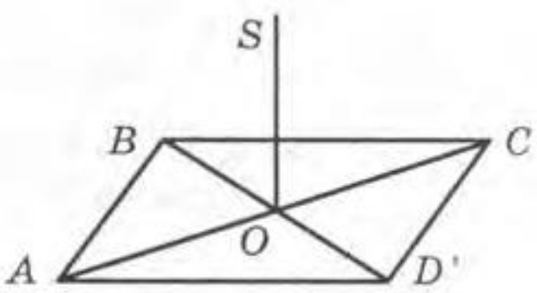
1. • Із точки A до площини α проведено похилу AB і перпендикуляр AO (див. рисунок). Знайдіть:



OB, якщо $AB=10$ см, $AO=6$ см | AB, якщо $BO=6$ см, $AO=8$ см

☐ **А** 6 см ☐ **Б** 7 см ☐ **В** 8 см ☐ **Г** 9 см ☐ **Д** 10 см

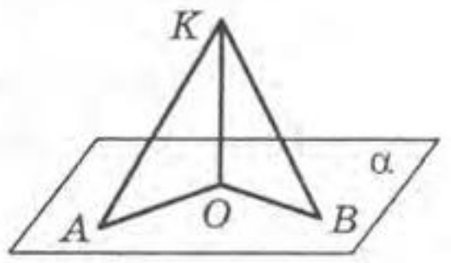
2. • Через точку O перетину діагоналей прямокутника $ABCD$ проведено перпендикуляр SO до площини ABC (див. рисунок). Знайдіть:



SA, якщо $SO=3$ см, $BD=8$ см | SO, якщо $SA=5$ см, $BD=6$ см

☐ **А** 1 см ☐ **Б** 2 см ☐ **В** 3 см ☐ **Г** 4 см ☐ **Д** 5 см

3. • Із точки K до площини α проведено похилі KA і KB та перпендикуляр KO. Укажіть правильне твердження, якщо:



$KA-KB=2$ см | $OB-OA=1$ см

☐ **А** $KA<KO$ ☐ **Б** $AO>BO$ ☐ **В** $KO>KB$ ☐ **Г** $KA=KB$ ☐ **Д** $KA<KB$

4. •• Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює 2 см. Знайдіть відстань від точки O до вершин:

$\triangle ABC$, якщо точка O — центр грані $A_1B_1C_1D_1$ | $\triangle A_1B_1C_1$, якщо точка O — центр грані $ABCD$

5. •• Із точки A до площини проведено похилі AB і AC та перпендикуляр AO. Знайдіть:

BO і OC, якщо $BO+OC=3$ см, $AB=3$ см, $AC=\sqrt{6}$ см | AB і AC, якщо $AB-AC=1$ см, $BO=\sqrt{6}$ см, $CO=1$ см

Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 10. **ВЛАСТИВІСТЬ ТОЧКИ, РІВНОВІДДАЛЕНОЇ ВІД ВЕРШИН МНОГОКУТНИКА**

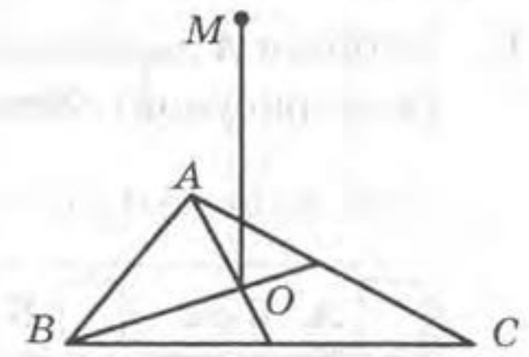
☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• Точка O — центр правильного трикутника ABC з бісектрисою $3\sqrt{3}$ см, $MO \perp (ABC)$ (див. рисунок). Знайдіть відстань:

від точки M до точки B, якщо відстань від точки M до площини ABC дорівнює 2 см	від точки M до площини ABC, якщо $MA=4$ см

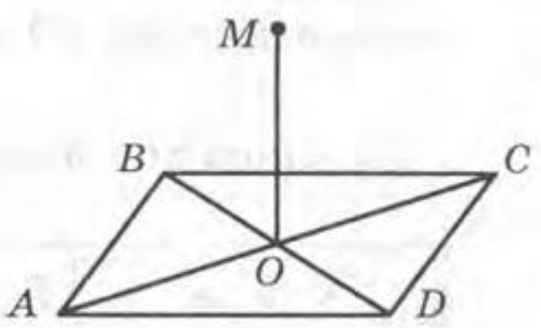
☐ **А** 1 см ☐ **Б** 2 см ☐ **В** 3 см ☐ **Г** 4 см ☐ **Д** 5 см



2.• Точка O — центр квадрата $ABCD$, $MO \perp (ABC)$, $AC=2\sqrt{3}$ см (див. рисунок). Знайдіть відстань:

від точки M до площини ABC, якщо $MD=2$ см	від точки M до точки D, якщо відстань від точки M до площини ABC дорівнює 1 см

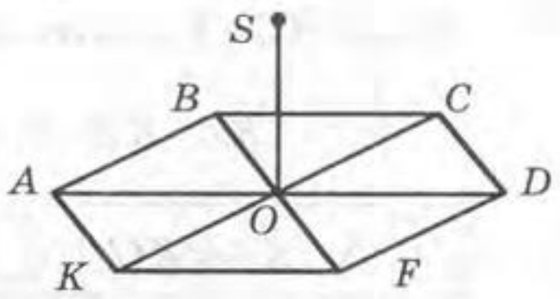
☐ **А** 1 см ☐ **Б** 2 см ☐ **В** 3 см ☐ **Г** 4 см ☐ **Д** 5 см



3.• Із центра O правильного шестикутника $ABCDFK$ поставлено перпендикуляр SO до площини ABC (див. рисунок). Знайдіть:

SC, якщо $AB=6$ см, $SO=8$ см	AB, якщо $SC=10$ см, $SO=6$ см

☐ **А** 3 см ☐ **Б** 4 см ☐ **В** 6 см ☐ **Г** 8 см ☐ **Д** 10 см



4.•• Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро якого дорівнює 2 см. Точка O — точка перетину діагоналей куба. Знайдіть відстань від точки O до вершин грані:

$ABCD$	$A_1B_1C_1D_1$

5.•• Знайдіть відстань від точки S до площини прямокутного трикутника ABC $(\angle C=90°)$, якщо відстань від точки S до кожної вершини трикутника дорівнює:

13 см; $AC=6$ см, $BC=8$ см	$\sqrt{2}$ см; $AC=BC=\sqrt{2}$ см

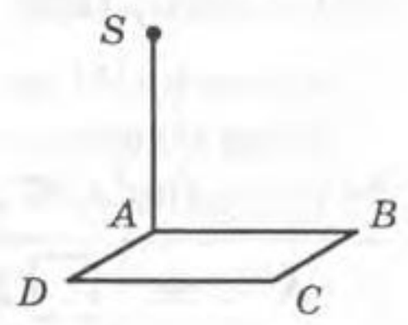
Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 11. **ТЕОРЕМА ПРО ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРИ. ВІДСТАНЬ ВІД ТОЧКИ ДО ПРЯМОЇ**

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

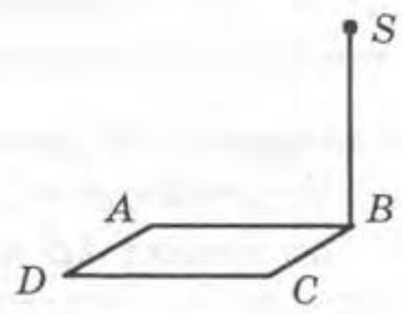
1. • До площини квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр SA (див. рисунок). Укажіть пряму, яка перпендикулярна до прямої:



SB | SD

☐ **А** AC ☐ **Б** DB ☐ **В** BC ☐ **Г** CD ☐ **Д** SA

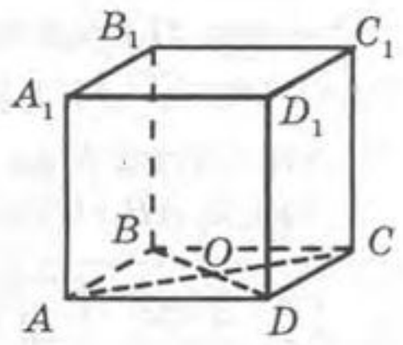
2. • До площини прямокутника $ABCD$ проведено перпендикуляр SB (див. рисунок). Укажіть відстань від точки S до прямої:



CD | AD

☐ **А** AC ☐ **Б** SB ☐ **В** SC ☐ **Г** SD ☐ **Д** SA

3. • На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка O — центр грані $ABCD$. Укажіть пряму, яка перпендикулярна до прямої:



OB_1 | OD_1

☐ **А** AC ☐ **Б** DB ☐ **В** BB_1 ☐ **Г** DD_1 ☐ **Д** BD_1

4. •• До площини квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр SB; $SB=12$ см, $AC=5\sqrt{2}$ см. Знайдіть відстань від точки S до прямої:

CD | AD

5. •• До площини ромба $ABCD$, у якого $\angle A=45°$, $AB=8$ см, проведено перпендикуляр MC довжиною 7 см. Знайдіть відстань від точки M до прямої:

AD | AB

Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 12

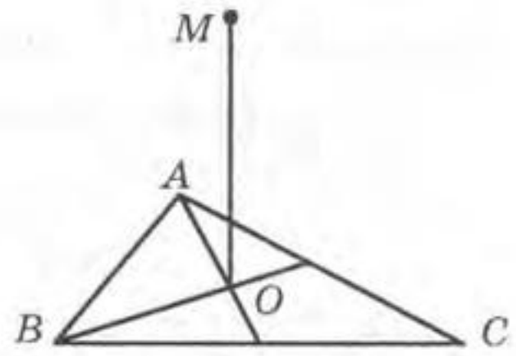
ВЛАСТИВІСТЬ ТОЧКИ, РІВНОВІДДАЛЕНОЇ ВІД СТОРІН МНОГОКУТНИКА

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• Точка O — центр правильного трикутника ABC з медіаною $3\sqrt{3}$ см, $MO \perp (ABC)$ (див. рисунок). Знайдіть відстань:

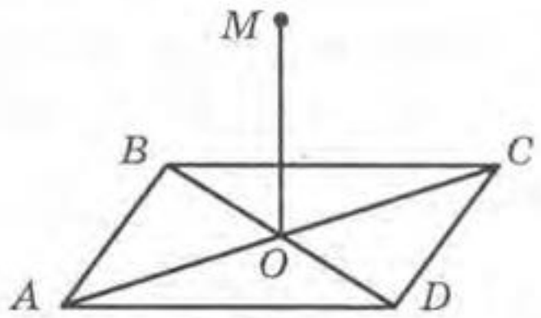
від точки M до прямої BC, якщо відстань від точки M до площини ABC дорівнює 1 см	від точки M до площини ABC, якщо відстань від точки M до прямої AC дорівнює 2 см



☐ **А** 1 см ☐ **Б** 2 см ☐ **В** 3 см ☐ **Г** 4 см ☐ **Д** 5 см

2.• Точка O — центр квадрата $ABCD$, $MO \perp (ABC)$, $AB = 2\sqrt{3}$ см (див. рисунок). Знайдіть відстань:

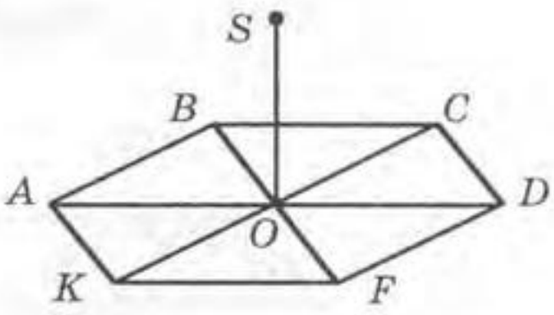
від точки M до площини ABC, якщо відстань від точки M до прямої AB дорівнює 2 см	від точки M до прямої AB, якщо відстань від точки M до площини ABC дорівнює 1 см



☐ **А** 1 см ☐ **Б** 2 см ☐ **В** 3 см ☐ **Г** 4 см ☐ **Д** 5 см

3.• Із центра O правильного шестикутника $ABCDFK$ поставлено перпендикуляр SO до площини ABC (див. рисунок). Знайдіть відстань:

від точки S до прямої AD, якщо $AB=6$ см, $SA=10$ см	від точки S до прямої FB, якщо $SC=10$ см, $OB=6$ см



☐ **А** 3 см ☐ **Б** 4 см ☐ **В** 6 см ☐ **Г** 8 см ☐ **Д** 10 см

4.•• Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро якого дорівнює 2 см. Знайдіть відстань від точки O — точки перетину діагоналей куба — до прямої:

AB	CD

5.•• Дано правильний трикутник ABC зі стороною $2\sqrt{3}$ см. Точка S рівновіддалена від кожної сторони цього трикутника. Знайдіть відстань:

від точки S до сторони AB, якщо відстань від точки S до площини ABC дорівнює $\sqrt{3}$ см	від точки S до площини ABC, якщо відстань від точки S до сторони BC дорівнює $\sqrt{5}$ см

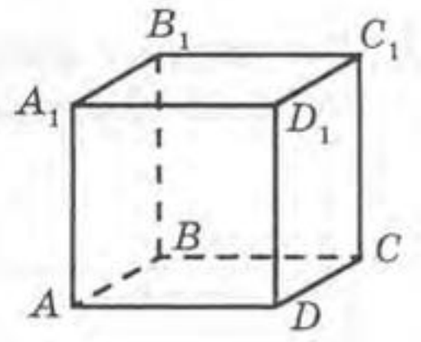
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 13. **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН**

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

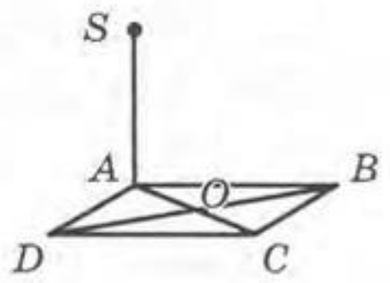
1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка перпендикулярна до площини:



ACC_1	BDD_1

☐ **А** (ABB_1) ☐ **Б** (ACC_1) ☐ **В** (BCC_1) ☐ **Г** (BD_1D) ☐ **Д** (CC_1D)

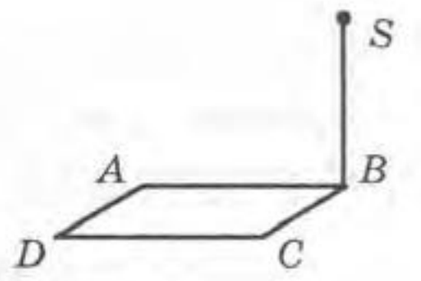
2.• До площини квадрата $ABCD$ (точка O — центр квадрата) проведено перпендикуляр SA (див. рисунок). Укажіть площину, яка перпендикулярна до площини:



SAB	SAD

☐ **А** (SOB) ☐ **Б** (SAC) ☐ **В** (SBC) ☐ **Г** (SBD) ☐ **Д** (SCD)

3.• До площини прямокутника $ABCD$ проведено перпендикуляр SB (див. рисунок). Укажіть спільний перпендикуляр до прямих:



SB і CD	SB і AD

☐ **А** AC ☐ **Б** AB ☐ **В** BC ☐ **Г** BD ☐ **Д** AD

4.•• Точка A розташована на відстані 2 см від лінії перетину двох перпендикулярних площин. Знайдіть відстань від точки A до однієї з цих площин, якщо відстань від точки A до другої площини дорівнює:

$\sqrt{3}$ см	$\sqrt{2}$ см

5.•• Дано площини α, β і γ. Доведіть, що:

коли прямі перетину площин α, β і γ попарно перпендикулярні, то й площини попарно перпендикулярні	коли площини α, β і γ попарно перпендикулярні, то лінії їх перетину також попарно перпендикулярні

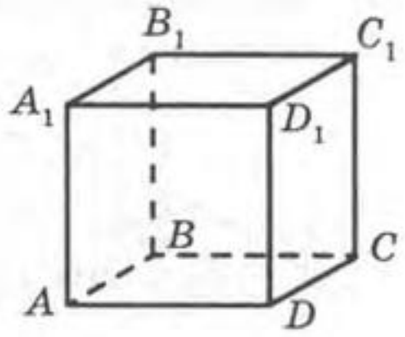
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 14. **КУТИ МІЖ ПРЯМИМИ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

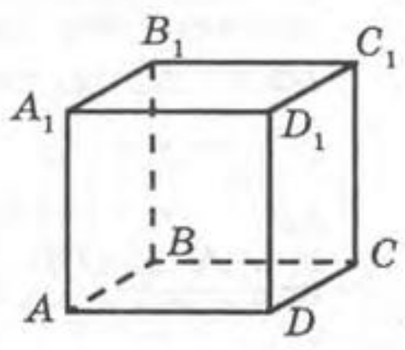
1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть градусну міру кута між прямою AD_1 та прямою:



DC_1	A_1B_1

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

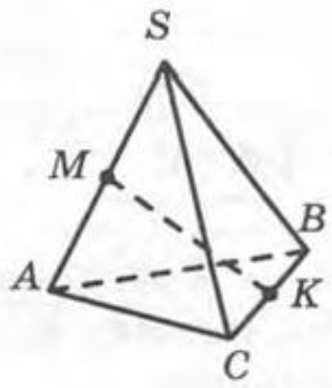
2.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть градусну міру кута між прямою AD_1 та прямою:



BC_1	CB_1

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

3.• У трикутній піраміді $SABC$, в якій всі ребра рівні, точки M і K — середини ребер AS і BC відповідно. Укажіть градусну міру кута між прямою MK та прямою:



AS	BC

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

4.•• У прямокутному паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB=1$ см, $BC=3$ см, $BB_1=2$ см. Знайдіть тангенс кута між прямою B_1D та прямою:

AB_1	B_1C

5.•• Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Доведіть, що:

$AC_1 \perp BD$	$B_1D \perp AC$

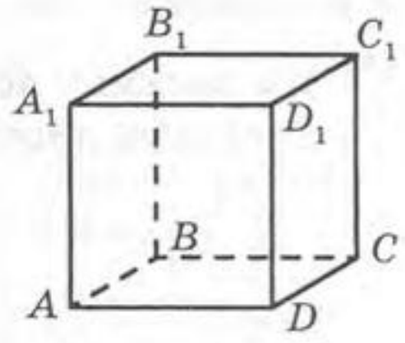
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 15. **КУТ МІЖ ПРЯМОЮ І ПЛОЩИНОЮ**

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть градусну міру кута між прямою AD_1 та площиною:

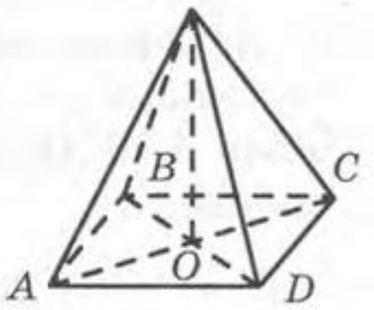


ADC	A_1B_1B

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

S

2.• На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду $SABCD$. Укажіть кут між площиною ABC та прямою:



SA	SB

☐ **А** $\angle SAB$ ☐ **Б** $\angle SBC$ ☐ **В** $\angle SCD$ ☐ **Г** $\angle SBD$ ☐ **Д** $\angle SAC$

3.• Укажіть градусну міру кута між прямою a і площиною α, якщо пряма a:

паралельна площині α	лежить у площині α

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

4.•• Поза площиною прямокутника $ABCD$ взято точку M, причому $MA \perp AB$ і $MA \perp AD$. Знайдіть градусну міру кута між прямою MC та площиною ABC, якщо:

$AB=1$ см, $AD=\sqrt{2}$ см, $AM=1$ см	$AB=1$ см, $AD=\sqrt{3}$ см, $AM=2$ см

5.•• Знайдіть косинус кута між бічним ребром і площиною основи піраміди, якщо всі ребра піраміди рівні, а піраміда:

чотирикутна	трикутна

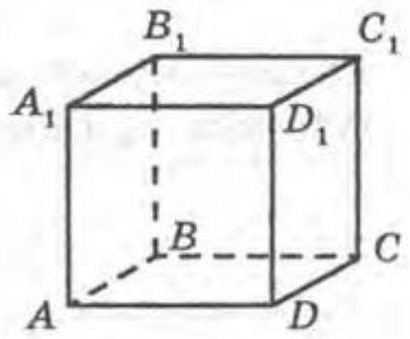
Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 16. **КУТ МІЖ ПЛОЩИНАМИ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

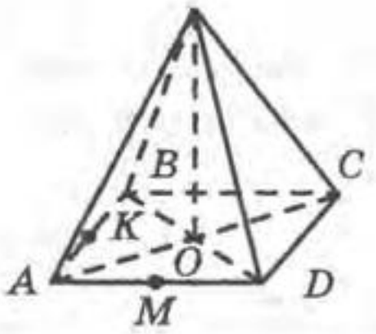
1. • На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть градусну міру кута між площиною AD_1C_1 та площиною:



ABC	$A_1B_1C_1$

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

2. • На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду $SABCD$, де точка O — центр квадрата $ABCD$, а точки K і M — середини ребер AB і AD відповідно. Укажіть кут між площиною ABC і площиною:



SAD	SAB

☐ **А** $\angle SAO$ ☐ **Б** $\angle SBO$ ☐ **В** $\angle SDO$ ☐ **Г** $\angle SKO$ ☐ **Д** $\angle SMO$

3. • Укажіть градусну міру кута між двома площинами, якщо вони:

паралельні	перпендикулярні

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

4. •• Кут між площинами α і β дорівнює 60°. Точка A, яка лежить у площині α, віддалена від площини β на 12 см. Знайдіть відстань від лінії перетину площин:

до точки A	до проекції точки A на площину β

5. •• Знайдіть кут між діагоналлю квадрата та площиною, проведеною через сторону квадрата під кутом:

30° до площини квадрата	60° до площини квадрата

Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 17
ПЛОЩА ОРТОГОНАЛЬНОЇ ПРОЕКЦІЇ МНОГОКУТНИКА

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка є ортогональною проекцією прямої AC_1 на площину:

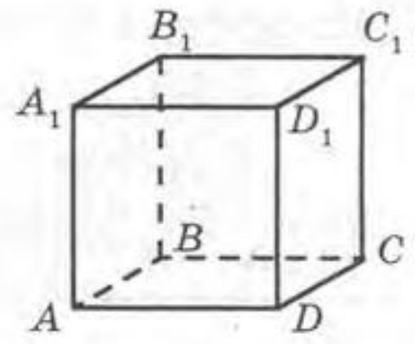


ABB_1 | BB_1C

☐ А AB ☐ Б BC_1 ☐ В AB_1 ☐ Г AC ☐ Д BC

2.• Знайдіть площу многокутника, якщо площа його ортогональної проекції дорівнює $\sqrt{6}$ см², а кут між площиною многокутника та площиною його проекції становить:

$45°$ | $30°$

☐ А 1 см² ☐ Б $\sqrt{2}$ см² ☐ В $\sqrt{3}$ см² ☐ Г $2\sqrt{2}$ см² ☐ Д $2\sqrt{3}$ см²

3.• Знайдіть кут між площиною многокутника та площиною його проекції, якщо площа ортогональної проекції дорівнює $\sqrt{6}$ см², а площа многокутника становить:

$2\sqrt{2}$ см² | $2\sqrt{3}$ см²

☐ А 0° ☐ Б 30° ☐ В 45° ☐ Г 60° ☐ Д 90°

4.•• Знайдіть площу основи правильної чотирикутної піраміди, у якої сума площ бічних граней дорівнює:

$2\sqrt{3}$ см², а бічна грань нахилена до основи під кутом 30° | $2\sqrt{2}$ см², а бічна грань нахилена до основи під кутом 45°

5.•• Ребро куба дорівнює 12 см. Знайдіть площу перерізу куба площиною, яка перетинає всі його бічні ребра та утворює з площиною основи кут:

$22{,}5°$ | $15°$

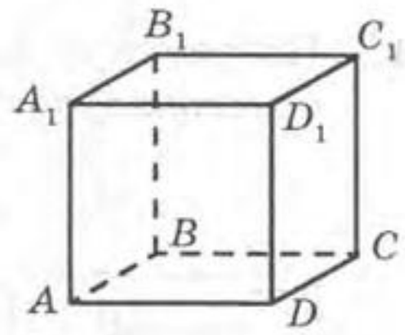
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

САМОСТІЙНА РОБОТА 18. **ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ**

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–3 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

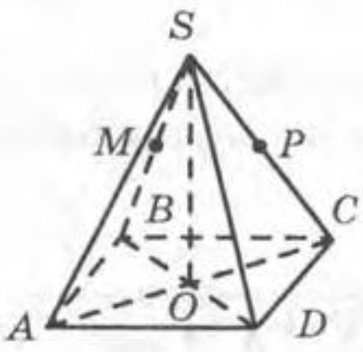
1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка:



паралельна площині ACC_1	перпендикулярна до площині BB_1D

☐ **А** AB ☐ **Б** BC ☐ **В** AB_1 ☐ **Г** AC ☐ **Д** DD_1

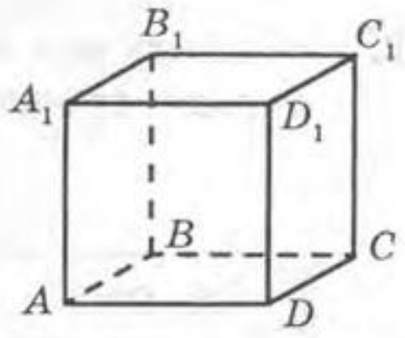
2.• На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$, у якої всі ребра рівні. Точки M і P — середини ребер SB і SC відповідно. Укажіть пряму, яка:



перпендикулярна до прямої MP	паралельна прямій MP

☐ **А** SB ☐ **Б** AD ☐ **В** SC ☐ **Г** CD ☐ **Д** AC

3.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть градусну міру кута між прямою AD_1 та:



площиною ABB_1	прямою A_1B

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

4.•• Дано точку S і правильний трикутник зі стороною $2\sqrt{3}$. Відомо, що точка S розташована на однаковій відстані від

кожної з вершин трикутника та віддалена від площини трикутника на $\sqrt{3}$ см. Знайдіть цю відстань	кожної зі сторін трикутника та віддалена від площини трикутника на $\sqrt{6}$ см. Знайдіть цю відстань

5.•• Із точки, що розташована на відстані $\sqrt{3}$ см від даної площини, проведено до неї дві похилі, які нахилені до цієї площини під кутами 45° і 60°. Знайдіть відстань між основами похилих, якщо:

похилі перпендикулярні	проекції похилих перпендикулярні

Контрольні РОБОТИ

частина 2

Тема	Оцінка
СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ФАКТІВ І МЕТОДІВ ПЛАНІМЕТРІЇ	КР1
ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ	КР2
ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ, ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ	КР3
ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПЛОЩИН	КР4
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ	КР5
ТЕОРЕМА ПРО ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН. КУТИ МІЖ ПРЯМИМИ ТА ПЛОЩИНАМИ	КР6
ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ	КР7

.....

.....

.....

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОРИСТАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Друга частина пропонованого посібника містить контрольні роботи, що перевіряють рівень засвоєння учнями навчального матеріалу за кожною темою: вміння виконувати рисунок, знаходити елементи геометричної фігури, розв'язувати задачі на обчислення, побудову тощо.

Контрольні роботи охоплюють матеріал курсу геометрії 10 класу та наведені у чотирьох рівнозначних варіантах.

Усі завдання поділяються за рівнем складності та мають такі позначки: • — початковий і середній рівні складності; •• — достатній рівень; ••• — високий рівень.

Завдання 1–6 передбачають вибір однієї правильної, на думку учня, відповіді.

Завдання 7–8 перевіряють уміння учня розв'язувати одно- і двокрокові завдання.

Завдання 9 потребує розв'язування з обов'язковим обґрунтуванням логічних кроків.

Кожна контрольна робота оцінюється 12 балами, причому перший блок завдань оцінюється 6 балами, другий і третій блоки — по 3 бали.

Дата: _____ *Клас:*_____ *Прізвище, ім'я:*_____	*Оцінка*

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 1. **СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ФАКТІВ І МЕТОДІВ ПЛАНІМЕТРІЇ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• Знайдіть площу трикутника, якщо дві його сторони дорівнюють:

8 см і 9 см, а кут між ними становить 30° | 10 см і 14 см, а кут між ними становить 150°

☐ **А** 18 см² ☐ **Б** 35 см² ☐ **В** 36 см² ☐ **Г** 54 см² ☐ **Д** 70 см²

2.• Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника ABC, якщо:

$AB=\sqrt{2}$ см, $\angle C=45°$ | $AC=\sqrt{3}$ см, $\angle B=120°$

☐ **А** 0,5 см ☐ **Б** 1 см ☐ **В** 1,5 см ☐ **Г** 2 см ☐ **Д** 2,5 см

3.• Запишіть рівняння кола радіуса 1 із центром:

у точці $(-1;0)$ | у точці $(1;0)$

☐ **А** $(x-1)^2+y^2=1$ ☐ **Б** $(x+1)^2+y^2=1$ ☐ **В** $x^2+(y-1)^2=1$

☐ **Г** $x^2+(y+1)^2=1$ ☐ **Д** $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

4.• Знайдіть площу паралелограма, якщо:

дві його сусідні сторони дорівнюють 3 см і 2 см, а кут між ними становить 30° | його діагоналі дорівнюють 3 см і 2 см, а кут між ними становить 30°

☐ **А** 1 см² ☐ **Б** 1,5 см² ☐ **В** 2 см² ☐ **Г** 2,5 см² ☐ **Д** 3 см²

5.• Діагональ квадрата дорівнює a. Знайдіть:

периметр квадрата | площу квадрата

☐ **А** $\sqrt{2}a$ ☐ **Б** $\frac{a^2}{2}$ ☐ **В** a^2 ☐ **Г** $2\sqrt{2}a$ ☐ **Д** $3\sqrt{2}a^2$

6.• Знайдіть площу круга:

вписаного у квадрат зі стороною $2a$ | описаного навколо квадрата зі стороною a

☐ **А** $\frac{\pi a^2}{2}$ ☐ **Б** πa^2 ☐ **В** $2\pi a^2$ ☐ **Г** $3\pi a^2$ ☐ **Д** $4\pi a^2$

7. •• Проекції катетів прямокутного трикутника на гіпотенузу дорівнюють 18 см і 6 см. Знайдіть менший катет трикутника.

7. •• Проекції катетів прямокутного трикутника на гіпотенузу дорівнюють 18 см і 6 см. Знайдіть більший катет трикутника.

Розв'язання

Відповідь:

8. •• Знайдіть площу ромба зі стороною 10 см, якщо сума його діагоналей дорівнює 28 см.

8. •• Знайдіть площу ромба зі стороною 10 см, якщо різниця його діагоналей дорівнює 4 см.

Розв'язання

Відповідь:

9. •• Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут 60°. Знайдіть $|\vec{a}+\vec{b}|$, якщо $|\vec{a}|=7$, $|\vec{b}|=8$.

9. •• Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут 60°. Знайдіть $|\vec{a}-\vec{b}|$, якщо $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=8$.

Розв'язання

Відповідь:

Дата: _____ *Клас:*_____ *Прізвище, ім'я:*_____	*Оцінка*

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 1. **СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ФАКТІВ І МЕТОДІВ ПЛАНІМЕТРІЇ**

☐ *Варіант 3* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 4* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1.• Знайдіть площу трикутника, якщо його сторони дорівнюють:

7 см, 15 см і 20 см | 9 см, 10 см і 17 см

☐ **А** 18 см² ☐ **Б** 35 см² ☐ **В** 36 см² ☐ **Г** 42 см² ☐ **Д** 70 см²

2.• Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника ABC, якщо:

$BC=2\sqrt{2}$ см, $\angle A=135°$ | $AC=1$ см, $\angle B=150°$

☐ **А** 0,5 см ☐ **Б** 1 см ☐ **В** 1,5 см ☐ **Г** 2 см ☐ **Д** 2,5 см

3.• Запишіть рівняння кола радіуса 1 із центром:

у точці $(0;1)$ | у точці $(0;-1)$

☐ **А** $(x-1)^2+y^2=1$ ☐ **Б** $(x+1)^2+y^2=1$ ☐ **В** $x^2+(y-1)^2=1$

☐ **Г** $x^2+(y+1)^2=1$ ☐ **Д** $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

4.• Знайдіть площу трапеції, якщо її діагоналі дорівнюють $2\sqrt{3}$ см і $3\sqrt{2}$ см, а кут між ними становить:

$45°$ | $60°$

☐ **А** $3\sqrt{2}$ см² ☐ **Б** $3\sqrt{3}$ см² ☐ **В** $4{,}5\sqrt{2}$ см² ☐ **Г** $4{,}5\sqrt{3}$ см² ☐ **Д** 6 см²

5.• Одна зі сторін прямокутника з діагоналлю d дорівнює a. Знайдіть:

периметр прямокутника | площу прямокутника

☐ **А** $2d+2\sqrt{d^2-a^2}$ ☐ **Б** $a\sqrt{d^2-a^2}$ ☐ **В** $d\sqrt{d^2-a^2}$

☐ **Г** $2a+2\sqrt{d^2-a^2}$ ☐ **Д** $2d-2\sqrt{d^2-a^2}$

6.• Знайдіть довжину кола:

вписаного у квадрат зі стороною $2a$ | описаного навколо квадрата зі стороною a

☐ **А** πa ☐ **Б** $\sqrt{2}\pi a$ ☐ **В** $\sqrt{3}\pi a$ ☐ **Г** $2\pi a$ ☐ **Д** $2\sqrt{2}\pi a$

7. •• Проекції катетів прямокутного трикутника на гіпотенузу дорівнюють 3 см і 9 см. Знайдіть менший катет трикутника.

7. •• Проекції катетів прямокутного трикутника на гіпотенузу дорівнюють 3 см і 9 см. Знайдіть більший катет трикутника.

Розв'язання

Відповідь:

8. •• Знайдіть площу прямокутника, діагональ якого дорівнює 13 см, якщо сума двох його сусідніх сторін дорівнює 17 см.

8. •• Знайдіть площу прямокутника, діагональ якого дорівнює 13 см, якщо різниця двох його сусідніх сторін дорівнює 7 см.

Розв'язання

Відповідь:

9. •• Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут 120°. Знайдіть $|\vec{a}+\vec{b}|$, якщо $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=8$.

9. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут 120°. Знайдіть $|\vec{a}-\vec{b}|$, якщо $|\vec{a}|=7$, $|\vec{b}|=8$.

Розв'язання

Відповідь:

Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 2. **ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ**

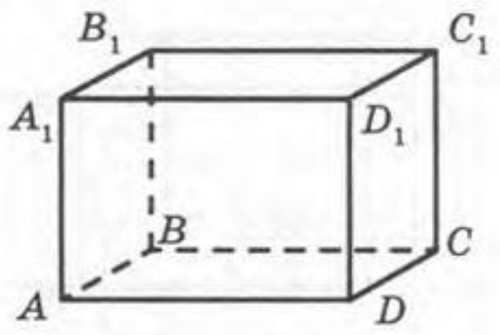
☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть точку, яка:

належить площині ADC_1	не належить площині BCD_1

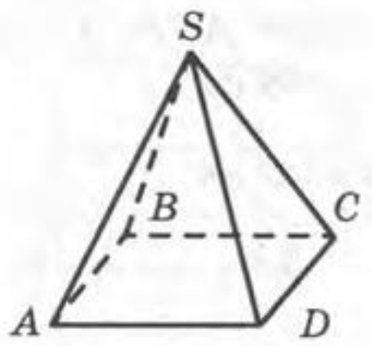
☐ **А** C ☐ **Б** A_1 ☐ **В** D_1 ☐ **Г** B ☐ **Д** B_1



2. На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$. Укажіть точку, яка одночасно належить площинам:

SBD, SBC і ABD	SAC, SBC і ABD

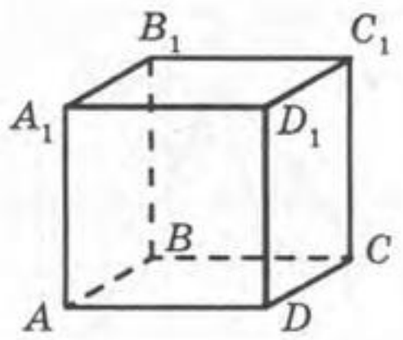
☐ **А** D ☐ **Б** C ☐ **В** A ☐ **Г** B ☐ **Д** S



3. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка одночасно належить площинам:

BDC_1, ABC і BB_1D_1	AB_1C, BDC і AA_1C_1

☐ **А** AB ☐ **Б** BC ☐ **В** AC ☐ **Г** BD ☐ **Д** B_1B



4. Укажіть, скільки площин можна провести через пряму і точку, яка:

лежить на цій прямій	не лежить на цій прямій

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або одну ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

5. Прямі AC і BD не лежать в одній площині. Укажіть, по якій прямій перетинаються площини:

ABC і ABD	ABC і BCD

☐ **А** BD ☐ **Б** AD ☐ **В** CD ☐ **Г** BC ☐ **Д** AB

6. Навколо трикутника ABC описане коло з центром у точці O. Укажіть, скільки площин можна провести через точки A, B і O, якщо:

$AB=10$ см, $BC=6$ см, $AC=7$ см	$AB=10$ см, $BC=6$ см, $AC=8$ см

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або одну ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

7.•• Доведіть, що всі точки квадрата лежать в одній площині.

7.•• Доведіть, що всі точки трикутника лежать в одній площині.

Розв'язання

8.•• Скільки площин можна провести через точки A, B, C, якщо $AB=10$ см, $BC=6$ см, $AC=8$ см?

8.•• Скільки площин можна провести через точки A, B, C, якщо $AB=10$ см, $BC=6$ см, $AC=4$ см?

Розв'язання

Відповідь:

9.•• Прямі AC і BD не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі AB і CD не лежать в одній площині.

9.•• Прямі AC і BD не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі AD і BC не лежать в одній площині.

Розв'язання

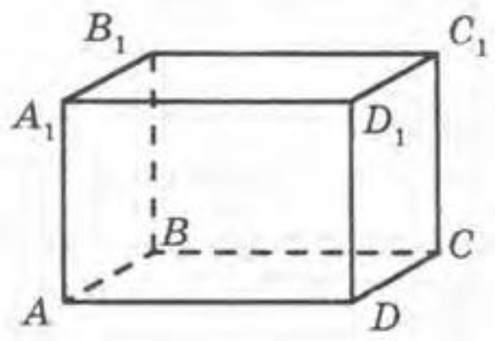
Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 2. **ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ**

☐ *Варіант 3* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 4* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

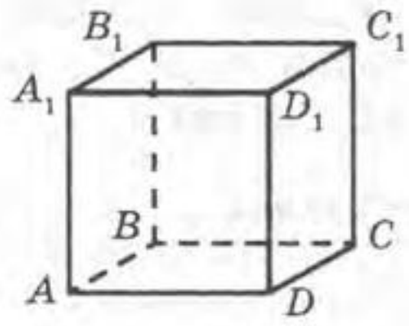
1.• На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть точку, яка:



належить площині ACC_1	не належить площині DBB_1

☐ **А** D ☐ **Б** A_1 ☐ **В** D_1 ☐ **Г** B ☐ **Д** B_1

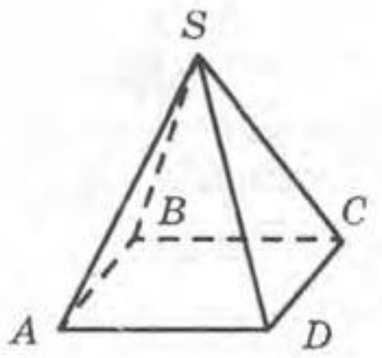
2.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, по якій перетинаються площини:



BDC_1, ABC і DBA_1	ABD, AB_1C і ACD_1

☐ **А** BD ☐ **Б** BC ☐ **В** AC ☐ **Г** AB ☐ **Д** B_1B

3.• На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$. Укажіть точку, яка одночасно належить площинам:



SBD, ABC і SDC	SNC, SCD і ABD

☐ **А** A ☐ **Б** B ☐ **В** D ☐ **Г** S ☐ **Д** C

4.• Укажіть, скільки площин можна провести через три точки, які:

лежать на одній прямій	не лежать на одній прямій

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або одну ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

5.• Прямі AB і CD не лежать в одній площині. Укажіть, по якій прямій перетинаються площини:

ABC і ABD	ACD і BCD

☐ **А** BD ☐ **Б** AD ☐ **В** CD ☐ **Г** BC ☐ **Д** AB

6.• Навколо трикутника ABC описано коло з центром у точці O. Укажіть, скільки площин можна провести через точки A, B і O, якщо:

$AB=5$ см, $BC=12$ см, $AC=11$ см	$AB=5$ см, $BC=12$ см, $AC=13$ см

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або одну ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

Варіант 3 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 4

7.•• Доведіть, що всі точки паралелограма лежать в одній площині.

7.•• Доведіть, що всі точки трапеції лежать в одній площині.

Розв'язання

8.•• Скільки площин можна провести через точки A, B, C, якщо $AB=5$ см, $BC=12$ см, $AC=13$ см?

8.•• Скільки площин можна провести через точки A, B, C, якщо $AB=5$ см, $BC=12$ см, $AC=17$ см?

Розв'язання

Відповідь:

9.•• Прямі AB і CD не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі AC і BD не лежать в одній площині.

9.•• Прямі AB і CD не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі AD і BC не лежать в одній площині.

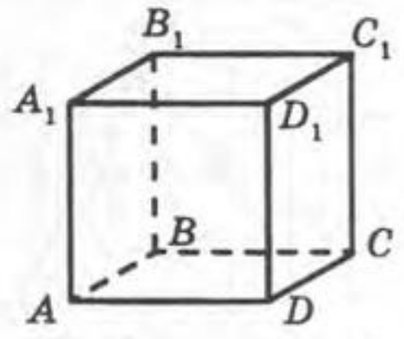
Розв'язання

Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 3. **ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ, ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

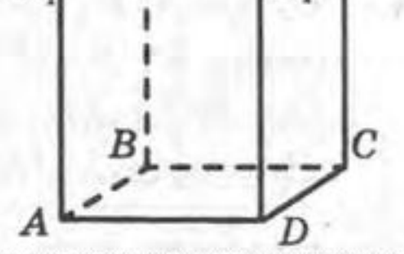
У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.



1.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Серед наведених пар прямих

паралельних прямих	мимобіжних прямих

☐ **А** AB і AA_1 ☐ **Б** AB і AD ☐ **В** AB і C_1D_1 ☐ **Г** AB і B_1C_1 ☐ **Д** AB і BB_1



2.• На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Визначте взаємне розміщення прямих:

AC і BD_1	BD і AC_1

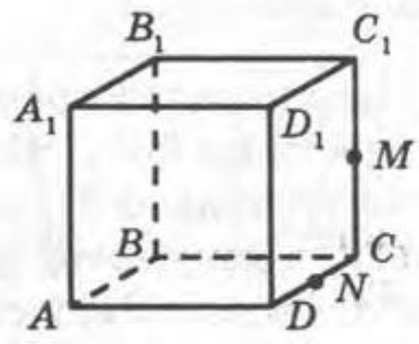
☐ **А** Паралельні ☐ **Б** Мимобіжні ☐ **В** Паралельні або перетинаються ☐ **Г** Мимобіжні або перетинаються ☐ **Д** Паралельні або мимобіжні

3.• У просторі задано дві прямі a і b. Укажіть, скільки площин можна провести через ці прямі, якщо:

ці прямі не перетинаються	ці прямі не паралельні

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або одну ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

4.• На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точки M і N — середини ребер CC_1 і CD відповідно. Укажіть пряму, яка паралельна площині:



MNB	AMN

☐ **А** AD ☐ **Б** BB_1 ☐ **В** DC_1 ☐ **Г** BC ☐ **Д** AC

5.• Пряма a паралельна площині α. Укажіть, скільки в площині α існує прямих, які:

паралельні прямій a	мимобіжні прямій a

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одна ☐ **В** Жодної або нескінченна множина ☐ **Г** Нескінченна множина або одна ☐ **Д** Нескінченна множина

6.• Дано площину α та точку A. Укажіть, скільки через точку A можна провести прямих, які:

паралельні площині α	перетинають площину α

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або нескінченну множину ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2

7.•• Доведіть, що прямі a, b і c лежать в одній площині, якщо прямі a і b перетинаються, а пряма c перетинає пряму a і паралельна прямій b.

7.•• Доведіть, що прямі a, b і c лежать в одній площині, якщо прямі c і b перетинаються, а пряма a перетинає пряму b і паралельна прямій c.

Розв'язання

8.•• Точки A, B, C і D не лежать в одній площині, точки K, L, M і N — середини відрізків AD, DC, BC і AB відповідно. Знайдіть градусну міру кута LMN, якщо $AC = BD = 2LN$.

8.•• Точки A, B, C і D не лежать в одній площині, точки K, L, M і N — середини відрізків AD, DC, BC і AB відповідно. Знайдіть градусну міру кута LMN, якщо $AC = BD = 2KM$.

Розв'язання

Відповідь:

9.•• Дано паралелограм $ABCD$ і площину, яка не перетинає його. Через вершини паралелограма проведено паралельні прямі, які перетинають дану площину в точках A_1, B_1, C_1 і D_1 відповідно. Знайдіть CC_1, якщо $AA_1 = 7$ см, $BB_1 = 6$ см, $DD_1 = 4$ см.

9.•• Дано паралелограм $ABCD$ і площину, яка не перетинає його. Через вершини паралелограма проведено паралельні прямі, які перетинають дану площину в точках A_1, B_1, C_1 і D_1 відповідно. Знайдіть DD_1, якщо $AA_1 = 14$ см, $BB_1 = 12$ см, $CC_1 = 8$ см.

Розв'язання

Відповідь:

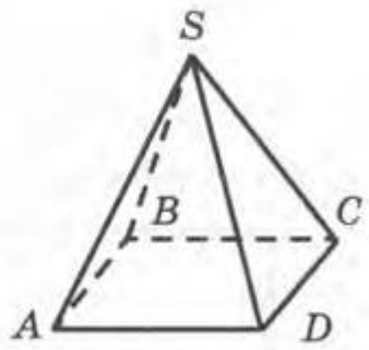
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 3. **ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ, ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ**

☐ *Варіант 3* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 4* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1. **На рисунку зображено чотирикутну піраміду $SABCD$. Серед наведених пар прямих укажіть пару:**



паралельних прямих	мимобіжних прямих

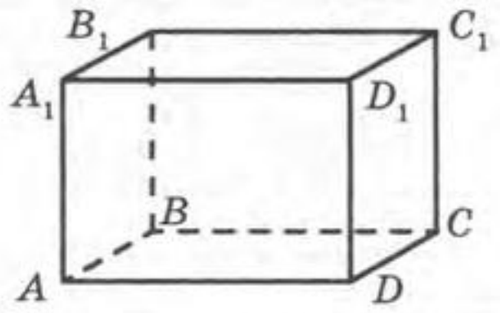
☐ **А** AB і AD ☐ **Б** AB і CD ☐ **В** AB і SC ☐ **Г** AB і BC ☐ **Д** AB і SB

2. **У просторі задано дві прямі. Укажіть, скільки площин можна провести через ці прямі, якщо вони:**

мимобіжні	паралельні

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або одну ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

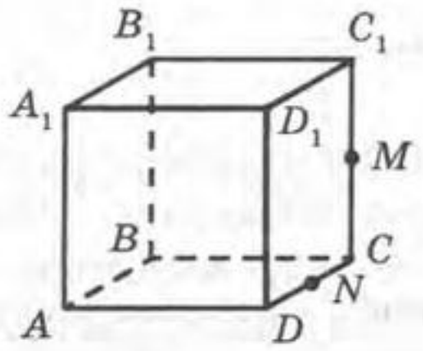
3. **На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Визначте взаємне розміщення прямих:**



AC і BB_1	BD і CC_1

☐ **А** Паралельні ☐ **Б** Мимобіжні ☐ **В** Паралельні або перетинаються ☐ **Г** Мимобіжні або перетинаються ☐ **Д** Паралельні або мимобіжні

4. **На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точки M і N — середини ребер CC_1 і CD відповідно. Укажіть пряму, яка паралельна площині:**



MNC	DMN

☐ **А** AD ☐ **Б** AB_1 ☐ **В** DC_1 ☐ **Г** BC ☐ **Д** AC

5. **Пряма a перетинає площину α. Укажіть, скільки в площині α існує прямих, які:**

паралельні прямій a	мимобіжні прямій a

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або нескінченну множину ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

6. **Дано точку A та пряму a. Укажіть, скільки через точку A можна провести площин, які:**

паралельні даній прямій a	перетинають дану пряму a

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або нескінченну множину ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

7.•• Доведіть, що прямі a, b і c лежать в одній площині, якщо пряма b перетинає дві паралельні прямі a і c.

Розв'язання

8.•• Точки A, B, C і D не лежать в одній площині, точки K, L, M і N — середини відрізків AD, DC, BC, AB відповідно. Знайдіть градусну міру кута KLM, якщо $AC=BD$, $KL=LN$.

Розв'язання

Відповідь:

9.•• Дано паралелограм $ABCD$ і площину, яка не перетинає його. Через вершини паралелограма проведено паралельні прямі, які перетинають дану площину в точках A_1, B_1, C_1 і D_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка CC_1, якщо $AA_1=5$ см, $BB_1=7$ см, $DD_1=4$ см.

Розв'язання

Відповідь:

7.•• Доведіть, що прямі a, b і c лежать в одній площині, якщо пряма c перетинає дві паралельні прямі a і b.

8.•• Точки A, B, C і D не лежать в одній площині, точки K, L, M і N — середини відрізків AD, DC, BC, AB відповідно. Знайдіть градусну міру кута KLM, якщо $AC=BD$, $KL=KM$.

9.•• Дано паралелограм $ABCD$ і площину, яка не перетинає його. Через вершини паралелограма проведено паралельні прямі, які перетинають дану площину в точках A_1, B_1, C_1 і D_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка DD_1, якщо $AA_1=4$ см, $BB_1=6$ см, $CC_1=5$ см.

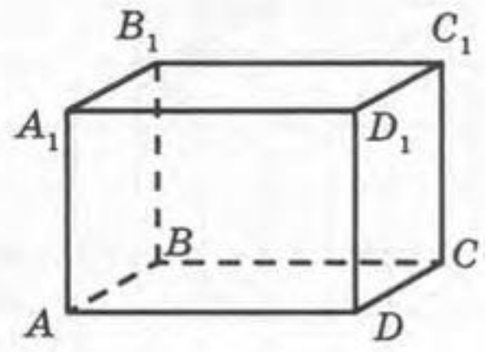
Дата: _____ *Клас:*_____ *Прізвище, ім'я:*_____	*Оцінка*

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 4. **ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПЛОЩИН**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

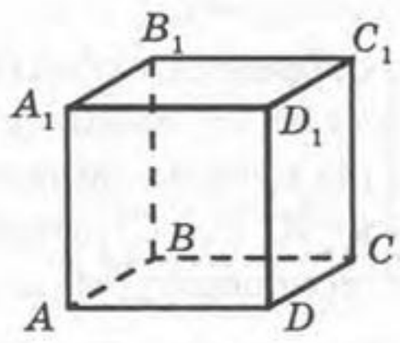
1. **На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка паралельна площині:**



BCC_1	BB_1A

☐ **А** (ACD) ☐ **Б** (ABB_1) ☐ **В** (B_1C_1C) ☐ **Г** (ADA_1) ☐ **Д** (DCC_1)

2. **На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка паралельна площині:**



BDC_1	B_1D_1A

☐ **А** (ACD) ☐ **Б** (ABB_1) ☐ **В** (B_1D_1A) ☐ **Г** (BDC_1) ☐ **Д** (ACC_1)

3. **Укажіть, яка з наведених фігур може бути паралельною проекцією:**

рівностороннього трикутника	рівнобічної трапеції

☐ **А** Ромб ☐ **Б** Квадрат ☐ **В** Довільна трапеція ☐ **Г** Прямокутник ☐ **Д** Прямокутний трикутник

4. **Зазначте, як розміщені площина трапеції та площина α, якщо:**

дві сусідні сторони трапеції паралельні площині α	діагоналі трапеції паралельні площині α

☐ **А** Паралельні ☐ **Б** Перетинаються ☐ **В** Збігаються ☐ **Г** Збігаються або перетинаються ☐ **Д** Паралельні або збігаються

5. **Зазначте, як розміщені площина паралелограма $ABCD$ і площина α, якщо:**

$AB \parallel \alpha,\ CD \parallel \alpha$	$BC \parallel \alpha,\ AD \parallel \alpha$

☐ **А** Паралельні ☐ **Б** Перетинаються ☐ **В** Збігаються ☐ **Г** Перетинаються або паралельні ☐ **Д** Паралельні або збігаються

6. **Дано точку A та площину α. Укажіть, скільки через точку A можна провести площин, які:**

паралельні площині α	перетинають площину α

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або одну ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2

7. Дано дві паралельні площини α і β. Точки A і B належать площині α, а точки C і D — площині β. Відрізки AD і BC перетинаються в точці S. Знайдіть довжину відрізка CD, якщо $AB=12$ см, $BS=4$ см, $CS=1$ см.

Розв'язання

Відповідь:

7. Дано дві паралельні площини α і β. Точки A і B належать площині α, а точки C і D — площині β. Відрізки AD і BC перетинаються в точці S. Знайдіть довжину відрізка AB, якщо $CD=3$ см, $BS=4$ см, $CS=1$ см.

Розв'язання

Відповідь:

8. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точку M — середину ребра DD_1. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки A, B_1 і M. Знайдіть периметр побудованого перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см.

Розв'язання

Відповідь:

8. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точку M — середину ребра DD_1. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки C, A_1 і M. Знайдіть периметр побудованого перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см.

Розв'язання

Відповідь:

9. Дві мимобіжні прямі перетинають три паралельні площини: перша пряма — у точках A_1, A_2, A_3 (точка A_2 лежить між точками A_1 і A_3), а друга — у точках B_1, B_2, B_3 (точка B_2 лежить між точками B_1 і B_3). Відомо, що $A_2A_3=8$ см, $B_1B_2=18$ см і $A_1A_2+B_2B_3=24$. Знайдіть довжину відрізка A_1A_3.

Розв'язання

Відповідь:

9. Дві мимобіжні прямі перетинають три паралельні площини: перша пряма — у точках A_1, A_2, A_3 (точка A_2 лежить між точками A_1 і A_3), а друга — у точках B_1, B_2, B_3 (точка B_2 лежить між точками B_1 і B_3). Відомо, що $A_2A_3=8$ см, $B_1B_2=18$ см і $A_1A_2+B_2B_3=24$. Знайдіть довжину відрізка B_1B_3.

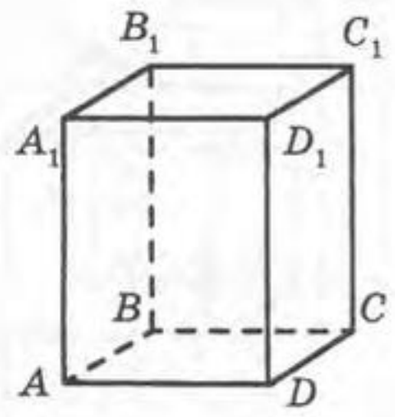
Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 4. **ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПЛОЩИН**

☐ *Варіант 3* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 4* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

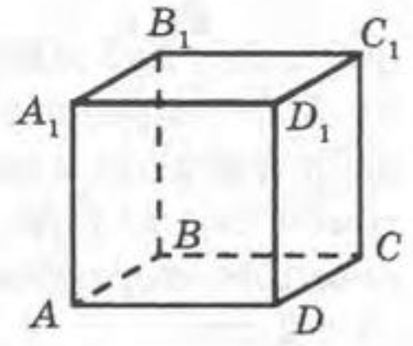
1. **На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка паралельна площині:**



ADA_1	DCC_1

☐ **А** (ACD) ☐ **Б** (ABB_1) ☐ **В** (B_1C_1C) ☐ **Г** (BCC_1) ☐ **Д** (BB_1A)

2. **На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка паралельна площині:**



AB_1C	A_1C_1D

☐ **А** (ACD) ☐ **Б** (ABB_1) ☐ **В** (DCC_1) ☐ **Г** (AB_1C) ☐ **Д** (A_1C_1D)

3. **Укажіть, яка з наведених фігур може бути паралельною проекцією:**

різностороннього трикутника	прямокутної трапеції

☐ **А** Ромб ☐ **Б** Квадрат ☐ **В** Довільна трапеція ☐ **Г** Прямокутник ☐ **Д** Прямокутний трикутник

4. **Зазначте, як розміщені площина паралелограма та площина α, якщо:**

дві сусідні сторони паралелограма паралельні площині α	діагоналі паралелограма паралельні площині α

☐ **А** Паралельні ☐ **Б** Перетинаються ☐ **В** Збігаються ☐ **Г** Збігаються або перетинаються ☐ **Д** Паралельні або збігаються

5. **Зазначте, як розміщені площина трапеції $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ і площина α, якщо:**

$AB \parallel \alpha$, $CD \parallel \alpha$	$BC \parallel \alpha$, $AD \parallel \alpha$

☐ **А** Паралельні ☐ **Б** Перетинаються ☐ **В** Збігаються ☐ **Г** Перетинаються або паралельні ☐ **Д** Паралельні або збігаються

6. **Дано пряму a та площину α. Укажіть, скільки через пряму a можна провести площин, які:**

паралельні площині α	перетинають площину α

☐ **А** Жодної ☐ **Б** Тільки одну ☐ **В** Жодної або одну ☐ **Г** Нескінченну множину або одну ☐ **Д** Нескінченну множину

7. Дано дві паралельні площини α і β. Точки A і B належать площині α, а точки C і D — площині β. Відрізки AD і BC перетинаються в точці S. Знайдіть довжину відрізка CD, якщо $AB=10$ см, $AS=2$ см, $DS=1$ см.

Розв'язання

Відповідь:

8. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точку M — середину ребра CC_1. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки D, B_1 і M. Знайдіть периметр побудованого перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см.

Розв'язання

Відповідь:

9. Дві мимобіжні прямі перетинають три паралельні площини: перша пряма — у точках A_1, A_2, A_3 (точка A_2 лежить між точками A_1 і A_3), а друга — у точках B_1, B_2, B_3 (точка B_2 лежить між точками B_1 і B_3). Відомо, що $A_1A_2=12$ см, $B_2B_3=27$ см і $A_2A_3=B_1B_2$. Знайдіть довжину відрізка A_1A_3.

Розв'язання

Відповідь:

7. Дано дві паралельні площини α і β. Точки A і B належать площині α, а точки C і D — площині β. Відрізки AD і BC перетинаються в точці S. Знайдіть довжину відрізка AB, якщо $CD=5$ см, $AS=2$ см, $DS=1$ см.

Розв'язання

Відповідь:

8. Зобразіть куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Позначте точку M — середину ребра CC_1. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки B, D_1 і M. Знайдіть периметр побудованого перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см.

Розв'язання

Відповідь:

9. Дві мимобіжні прямі перетинають три паралельні площини: перша пряма — у точках A_1, A_2, A_3 (точка A_2 лежить між точками A_1 і A_3), а друга — у точках B_1, B_2, B_3 (точка B_2 лежить між точками B_1 і B_3). Відомо, що $A_1A_2=12$ см, $B_2B_3=27$ см і $A_2A_3=B_1B_2$. Знайдіть довжину відрізка B_1B_3.

Розв'язання

Відповідь:

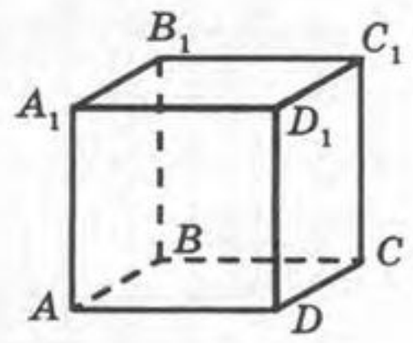
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 5. **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ**

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

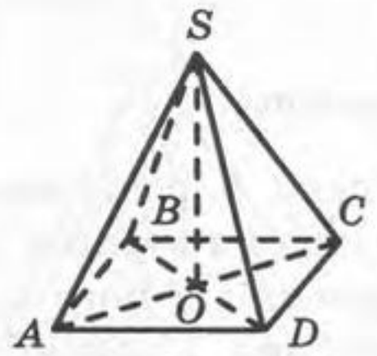
1. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка перпендикулярна до прямої:



DD_1 | AB

☐ А (ABB_1) ☐ Б (ACC_1) ☐ В (ABC) ☐ Г (BCC_1) ☐ Д (AB_1C)

2. На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду $SABCD$. Укажіть пряму, яка перпендикулярна до площини:



SAC | SBD

☐ А AB ☐ Б CD ☐ В AC ☐ Г BD ☐ Д SB

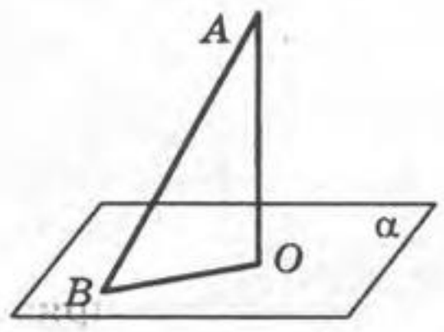
3. Зазначте, скільки прямих, перпендикулярних до прямої a, можна провести через точку A, якщо:

точка A лежить на прямій a | точка A не лежить на прямій a

☐ А Тільки одну ☐ Б Жодної ☐ В Нескінченну множину ☐ Г Одну або нескінченну множину ☐ Д Одну або жодної

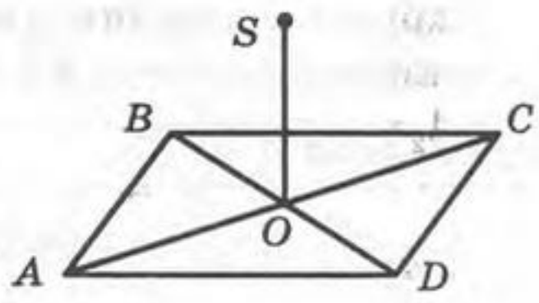
4. Із точки A до площини α проведено похилу AB і перпендикуляр AO. Знайдіть:

OB, якщо $AB=\sqrt{3}$ см, $AO=\sqrt{2}$ см | AB, якщо $BO=\sqrt{8}$ см, $AO=1$ см



☐ А 1 см ☐ Б $\sqrt{2}$ см ☐ В $\sqrt{3}$ см ☐ Г 2 см ☐ Д 3 см

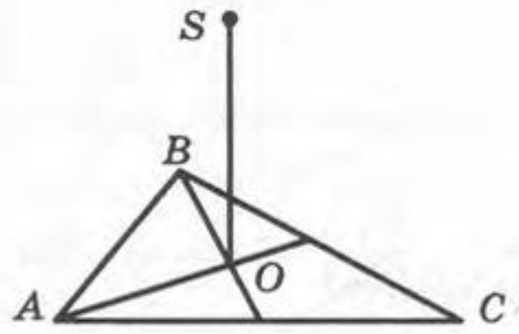
5. Із точки O перетину діагоналей прямокутника $ABCD$ поставлено перпендикуляр SO до площини ABC (див. рисунок). Знайдіть:



SA, якщо $SO=6$ см, $BD=16$ см. | SO, якщо $SA=13$ см, $BD=10$ см.

☐ А 6 см ☐ Б 8 см ☐ В 10 см ☐ Г 12 см ☐ Д 16 см

6. Із центра O правильного трикутника ABC поставлено перпендикуляр SO до площини трикутника (див. рисунок). Знайдіть:



$\angle SCO$, якщо $AO=10$ см, $SO=10$ см. | $\angle ASO$, якщо $SC=10$ см, $SO=5$ см.

☐ А 0° ☐ Б 30° ☐ В 45° ☐ Г 60° ☐ Д 90°

7. •• Відстань від точки S до кожної з вершин квадрата $ABCD$ дорівнює 10 см. Знайдіть відстань від точки S до площини квадрата $ABCD$, якщо його діагональ дорівнює 12 см.

Розв'язання

Відповідь:

8. •• Точка S розташована на відстані 6 см від кожної з вершин прямокутника $ABCD$ і віддалена від його площини на 4 см. Знайдіть сторони прямокутника, якщо одна з них удвічі більша за другу.

Розв'язання

Відповідь:

9. •• Дано квадрат зі стороною 2 см. Точка S віддалена від кожної з вершин квадрата на 2 см. Знайдіть відстань від середини відрізка SC до середини сторони AD квадрата.

Розв'язання

Відповідь:

7. •• Відстань від точки S до кожної з вершин квадрата $ABCD$ дорівнює 10 см. Знайдіть діагональ квадрата $ABCD$, якщо відстань від точки S до його площини дорівнює 6 см.

8. •• Точка S розташована на відстані 6 см від кожної з вершин прямокутника $ABCD$ і віддалена від його площини на 4 см. Знайдіть сторони прямокутника, якщо одна з них на 4 см більша за другу.

9. •• Дано квадрат зі стороною 2 см. Точка S віддалена від кожної з вершин квадрата на 2 см. Знайдіть відстань від середини відрізка SC до середини сторони AB квадрата.

Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 5. **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ**

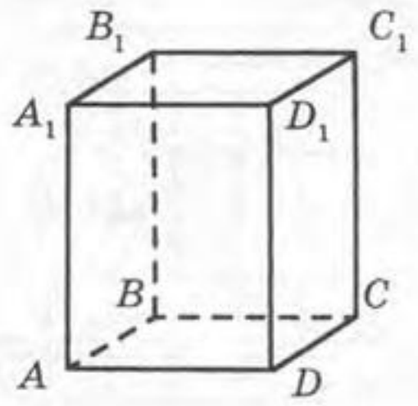
☐ Варіант 3 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 4 ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1. **На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка перпендикулярна до прямої:**

BB_1 | CD

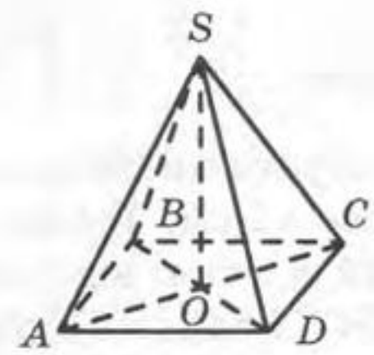
☐ **А** (ABB_1) ☐ **Б** (ACC_1) ☐ **В** (ABC) ☐ **Г** (BCC_1) ☐ **Д** (AB_1C)



2. **На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ (точка O — центр квадрата $ABCD$). Укажіть пряму, яка перпендикулярна до прямої:**

AC | BD

☐ **А** AB ☐ **Б** CD ☐ **В** AC ☐ **Г** BD ☐ **Д** SO



3. **Зазначте, скільки через точку A можна провести площин, перпендикулярних до прямої a, якщо:**

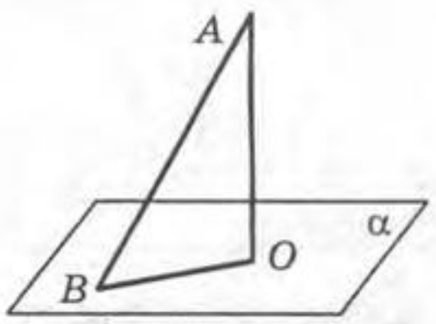
точка A лежить на прямій a | точка A не лежить на прямій a

☐ **А** Тільки одну ☐ **Б** Жодної ☐ **В** Нескінченну множину ☐ **Г** Одну або нескінченну множину ☐ **Д** Одну або жодної

4. **Із точки A до площини α проведено похилу AB і перпендикуляр AO (див. рисунок). Знайдіть:**

AO, якщо $BO=\sqrt{3}$ см, $AB=\sqrt{7}$ см | AB, якщо $AO=2$ см, $BO=\sqrt{5}$ см

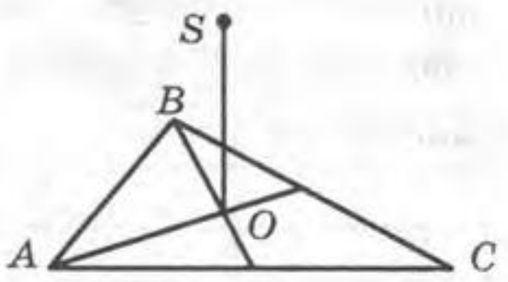
☐ **А** 1 см ☐ **Б** $\sqrt{2}$ см ☐ **В** $\sqrt{3}$ см ☐ **Г** 2 см ☐ **Д** 3 см



5. **Із центру O правильного трикутника ABC поставлено перпендикуляр SO до площини цього трикутника (див. рисунок). Знайдіть:**

SC, якщо $AO=3$ см, $SO=4$ см | AO, якщо $SC=10$ см, $SO=8$ см

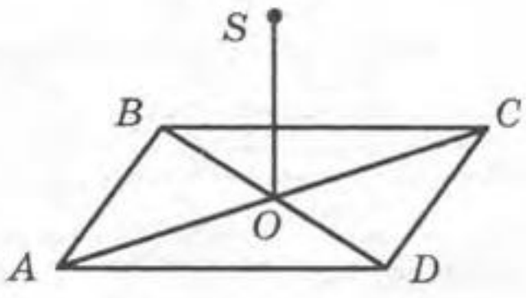
☐ **А** 3 см ☐ **Б** 4 см ☐ **В** 5 см ☐ **Г** 6 см ☐ **Д** 8 см



6. **Із точки O перетину діагоналей прямокутника $ABCD$ поставлено перпендикуляр SO до площини ABC (див. рисунок). Знайдіть:**

$\angle SCO$, якщо $AO=7$ см, $SO=7$ см | $\angle ASO$, якщо $SC=14$ см, $SO=7$ см

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°



Варіант 3 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 4

7. •• Відстань від точки S до кожної з вершин правильного трикутника ABC дорівнює 10 см. Знайдіть відстань від точки S до площини трикутника ABC, якщо його медіана дорівнює 9 см.

Розв'язання

Відповідь:

7. •• Відстань від точки S до кожної з вершин правильного трикутника ABC дорівнює 10 см. Знайдіть медіану трикутника ABC, якщо відстань від точки S до площини трикутника дорівнює 8 см.

Розв'язання

Відповідь:

8. •• Сторона правильного трикутника ABC дорівнює 12 см. Точка S розташована на однаковій відстані від кожної з вершин трикутника ABC. Знайдіть цю відстань, якщо точка S віддалена від площини трикутника ABC на 4 см.

Розв'язання

Відповідь:

8. •• Сторона правильного трикутника ABC дорівнює 12 см. Точка S розташована на однаковій відстані від кожної з вершин трикутника ABC. Знайдіть відстань від точки S до площини трикутника ABC, якщо $SA=8$ см.

Розв'язання

Відповідь:

9. •• Дано квадрат зі стороною 6 см. Точка S віддалена від кожної вершини квадрата на 7 см. Знайдіть відстань від середини відрізка SA до середини сторони BC квадрата.

Розв'язання

Відповідь:

9. •• Дано квадрат зі стороною 6 см. Точка S віддалена від кожної вершини квадрата на 7 см. Знайдіть відстань від середини відрізка SA до середини сторони CD квадрата.

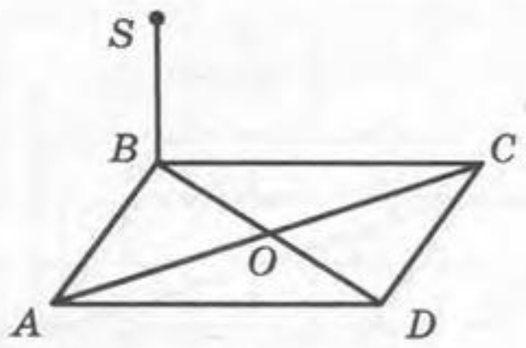
Дата: _____ Клас:_____ Прізвище, ім'я:_____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 6. **ТЕОРЕМА ПРО ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН. КУТИ МІЖ ПРЯМИМИ ТА ПЛОЩИНАМИ**

☐ *Варіант 1* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 2* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

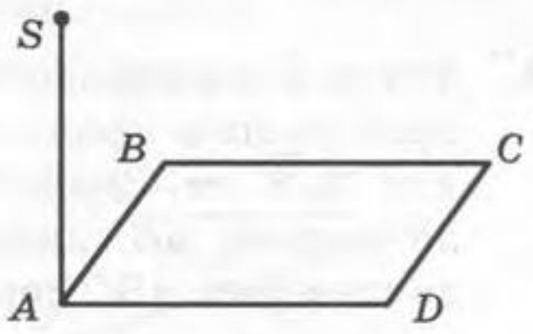
1. **До площини квадрата *ABCD* проведено перпендикуляр *SB* (див. рисунок). Укажіть пряму, яка перпендикулярна до прямої:**



SO	*SC*

☐ **А** *SC* ☐ **Б** *AC* ☐ **В** *DB* ☐ **Г** *BC* ☐ **Д** *CD*

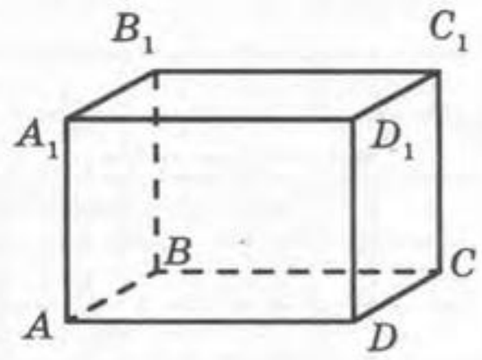
2. **До площини квадрата *ABCD* проведено перпендикуляр *SA* (див. рисунок). Укажіть відрізок, який є спільним перпендикуляром до прямих:**



AS і *BC*	*AS* і *DC*

☐ **А** *SB* ☐ **Б** *SC* ☐ **В** *AB* ☐ **Г** *AD* ☐ **Д** *AC*

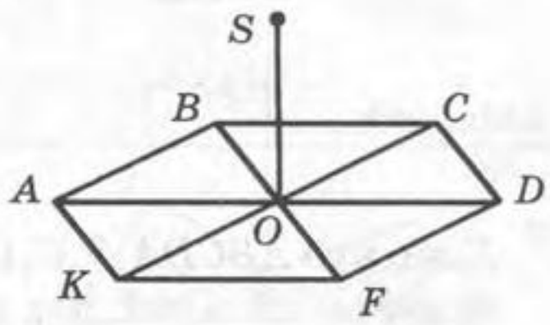
3. **На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка перпендикулярна до площини:**



BB_1D	ACC_1

☐ **А** (ABB_1) ☐ **Б** (ACC_1) ☐ **В** (ABC) ☐ **Г** (BCC_1) ☐ **Д** (AD_1D)

4. **Із центра *O* правильного шестикутника *ABCDFK* поставлено перпендикуляр *SO* до площини цього шестикутника, $SO=\sqrt{2}$ см (див. рисунок). Знайдіть відстань від точки *S* до прямої *AB*, якщо висота трикутника *COD* дорівнює:**



$\sqrt{7}$ см	$\sqrt{2}$ см

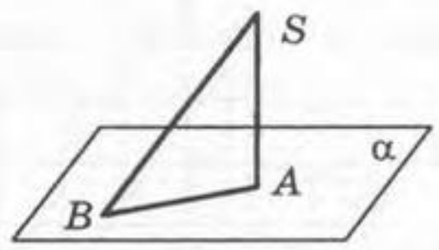
☐ **А** 1 см ☐ **Б** $\sqrt{2}$ см ☐ **В** $\sqrt{3}$ см ☐ **Г** 2 см ☐ **Д** 3 см

5. **Дано дві перпендикулярні площини. Знайдіть відстань від точки *A* до лінії перетину цих площин, якщо точка *A* розташована на відстанях:**

$\sqrt{5}$ см і 2 см від цих площин	$2\sqrt{2}$ см і 1 см від цих площин

☐ **А** 1 см ☐ **Б** $\sqrt{2}$ см ☐ **В** $\sqrt{3}$ см ☐ **Г** 2 см ☐ **Д** 3 см

6. **Із точки *S* проведено перпендикуляр *SA* і похилу *SB* до площини α. Знайдіть кут між прямою *SB* і площиною α, якщо:**



$AB=1$ см, $BS=2$ см	$SA=\sqrt{3}$ см, $AB=1$ см

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

7.•• Відрізок AS перпендикулярний до площини трикутника ABC і має довжину 2 см. Знайдіть відстань від точки S до прямої BC, якщо $\angle BAC = 90°$ і $AB = AC = 2$ см.

7.•• Відрізок AS перпендикулярний до площини трикутника ABC і має довжину 2 см. Знайдіть відстань від точки S до прямої BC, якщо $\angle BAC = 90°$ і $AB = \sqrt{3}$ см, $AC = \sqrt{6}$ см.

Розв'язання

Відповідь:

8.•• Точка S рівновіддалена від кожної сторони правильного трикутника ABC, яка дорівнює $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть відстань від точки S до сторони AB, якщо відстань від точки S до площини ABC дорівнює $\sqrt{3}$ см.

8.•• Точка S рівновіддалена від кожної сторони правильного трикутника ABC, яка дорівнює $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть відстань від точки S до площини ABC, якщо відстань від точки S до сторони BC дорівнює $\sqrt{5}$ см.

Розв'язання

Відповідь:

9.•• Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ з ребром $\sqrt{2}$ см. Побудуйте спільний перпендикуляр до прямих AC і DD_1 та знайдіть відстань між цими прямими.

9.•• Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ з ребром $\sqrt{2}$ см. Побудуйте спільний перпендикуляр до прямих A_1C і BB_1 та знайдіть відстань між цими прямими.

Розв'язання

Відповідь:

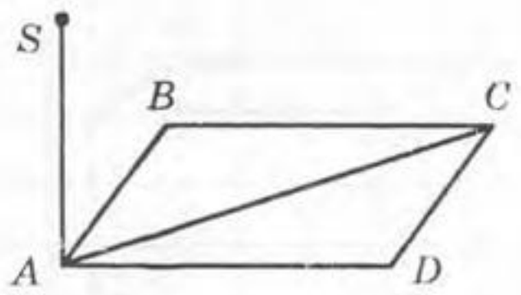
Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 6. **ТЕОРЕМА ПРО ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН. КУТИ МІЖ ПРЯМИМИ ТА ПЛОЩИНАМИ**

☐ *Варіант 3* ← Позначте виконуваний варіант → *Варіант 4* ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

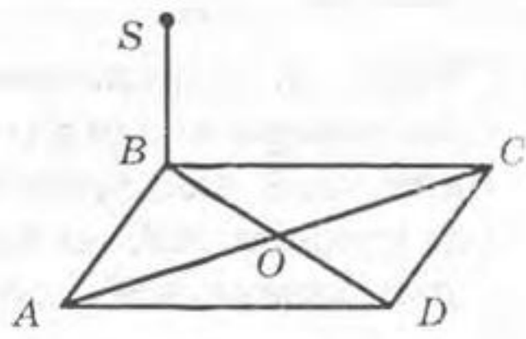
1. До площини квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр SA (див. рисунок). Укажіть пряму, яка перпендикулярна до прямої:



SB	SD

☐ **А** SC ☐ **Б** AC ☐ **В** DB ☐ **Г** BC ☐ **Д** CD

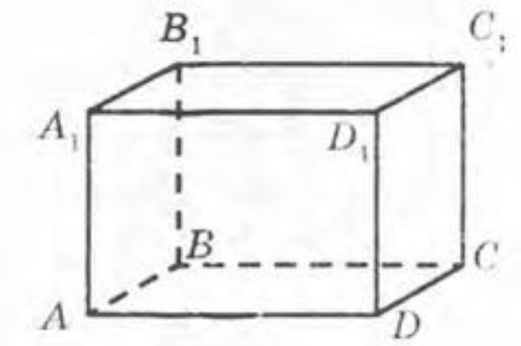
2. До площини квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр SB (див. рисунок). Укажіть відрізок, який є спільним перпендикуляром до прямих:



BS і AC	BS і CD

☐ **А** SB ☐ **Б** SC ☐ **В** AB ☐ **Г** BO ☐ **Д** BC

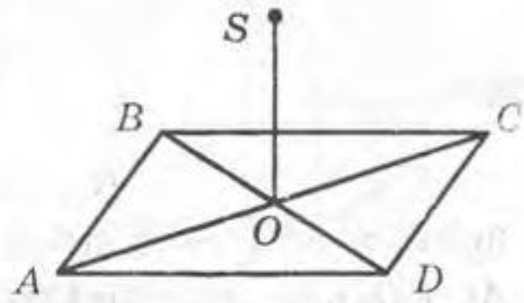
3. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть площину, яка перпендикулярна до площини:



CDD_1	ABB_1

☐ **А** (ABB_1) ☐ **Б** (ACC_1) ☐ **В** (ABC) ☐ **Г** (BCC_1) ☐ **Д** (AB_1C)

4. Із центра O квадрата $ABCD$ поставлено перпендикуляр SO, $SO=\sqrt{3}$ см (див. рисунок). Знайдіть відстань від точки S до прямої:



AB, якщо $AD=2\sqrt{6}$ см	BC, якщо $DC=\sqrt{2}$ см

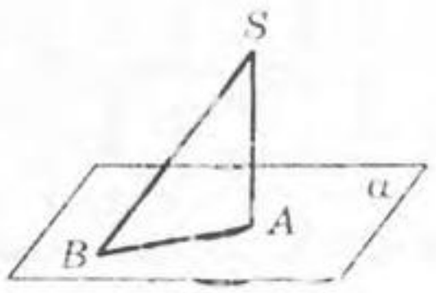
☐ **А** 1 см ☐ **Б** $\sqrt{2}$ см ☐ **В** $\sqrt{3}$ см ☐ **Г** 2 см ☐ **Д** 3 см

5. Точка A розташована на відстані 2 см від лінії перетину двох перпендикулярних площин. Знайдіть відстань від A до однієї з цих площин, якщо відстань від A до другої площини дорівнює:

$\sqrt{3}$ см	$\sqrt{2}$ см

☐ **А** 1 см ☐ **Б** $\sqrt{2}$ см ☐ **В** $\sqrt{3}$ см ☐ **Г** 2 см ☐ **Д** 3 см

6. Із точки S проведено перпендикуляр SA і похилу SB до площини α. Знайдіть кут між прямою SB і площиною α, якщо:



$AB=\sqrt{3}$ см, $SB=2$ см	$AB=\sqrt{3}$ см, $AS=1$ см

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

7. •• Відрізок BS перпендикулярний до площини трикутника ABC і має довжину 2 см. Знайдіть відстань від точки S до сторони AC, якщо $AB = BC = AC = 4$ см.

Розв'язання

Відповідь:

8. •• Точка S рівновіддалена від кожної сторони квадрата $ABCD$, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{2}$ см. Знайдіть відстань від точки S до сторони AB, якщо відстань від точки S до площини ABC дорівнює $\sqrt{3}$ см.

Розв'язання

Відповідь:

9. •• Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, причому $AC_1 = \sqrt{3}$ см. Побудуйте спільний перпендикуляр до прямих AB і CC_1 та знайдіть відстань між цими прямими.

Розв'язання

Відповідь:

7. •• Відрізок BS перпендикулярний до площини трикутника ABC і має довжину 2 см. Знайдіть відстань від точки S до сторони AC, якщо $AB = BC = AC = 2\sqrt{7}$ см.

Розв'язання

Відповідь:

8. •• Точка S рівновіддалена від кожної сторони квадрата $ABCD$, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{2}$ см. Знайдіть відстань від точки S до площини ABC, якщо відстань від точки S до сторони AD дорівнює $\sqrt{5}$ см.

Розв'язання

Відповідь:

9. •• Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, причому $AC_1 = \sqrt{3}$ см. Побудуйте спільний перпендикуляр до прямих AB і B_1D_1 та знайдіть відстань між цими прямими.

Розв'язання

Відповідь:

Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 7

ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ

☐ Варіант 1 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 2 ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть відрізок, який є проекцію діагоналі B_1D на площину:

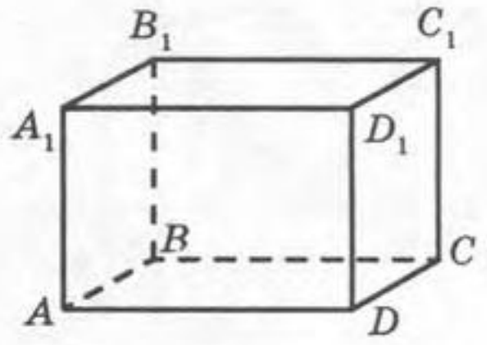


ABB_1	DCC_1

☐ **А** DB ☐ **Б** AB ☐ **В** AB_1 ☐ **Г** DC_1 ☐ **Д** DC

2. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть кут між прямою B_1D і площиною:

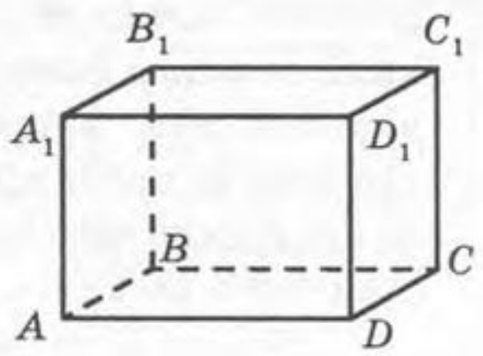
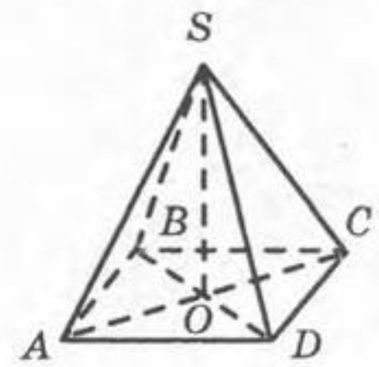


ABB_1	DCC_1

☐ **А** $\angle ADC$ ☐ **Б** $\angle DCC_1$ ☐ **В** $\angle DC_1C$ ☐ **Г** $\angle AB_1D$ ☐ **Д** $\angle B_1DC_1$

3. На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду $SABCD$. Укажіть градусну міру кута між прямими:



SC і BD	SB і AC

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

4. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть градусну міру кута між площиною ABC_1 і площиною:

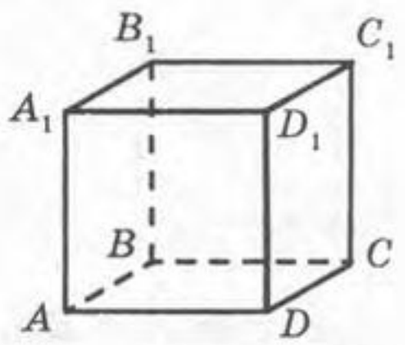


ABB_1	DCC_1

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

5. Знайдіть указану тригонометричну функцію кута між діагоналлю куба та площиною однієї з його граней.

Синус	Тангенс

☐ **А** $\sqrt{3}$ ☐ **Б** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ☐ **В** $\sqrt{2}$ ☐ **Г** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ☐ **Д** $\sqrt{\frac{2}{3}}$

6. Ребро куба дорівнює a. Знайдіть площу перерізу куба площиною, яка проходить через ребро основи куба та утворює з площиною основи кут:

45°	30°

☐ **А** $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$ ☐ **Б** $\sqrt{2}a^2$ ☐ **В** $\frac{2\sqrt{2}a^2}{3}$ ☐ **Г** $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$ ☐ **Д** $\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

7. Точка O — точка перетину діагоналей прямокутника $ABCD$, пряма SO перпендикулярна до площини цього прямокутника. Доведіть, що $SA = SB = SC = SD$.

Розв'язання

8. Із деякої точки до площини проведено дві похилі, кожна з яких завдовжки 4 см. Знайдіть відстань між основами цих похилих, якщо кут між їх проекціями дорівнює 120°, а кут, який кожна похила утворює з площиною, становить 60°.

Розв'язання

Відповідь:

9. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює a. Знайдіть відстань між прямими A_1C і DD_1.

Розв'язання

Відповідь:

7. Точка O — точка перетину діагоналей прямокутника $ABCD$, пряма SO перпендикулярна до площини цього прямокутника. Доведіть, що $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO = \angle SDO$.

Розв'язання

8. Із деякої точки до площини проведено дві похилі, кожна з яких завдовжки 4 см. Знайдіть відстань між основами цих похилих, якщо кут між їх проекціями дорівнює 120°, а кут, який кожна похила утворює з площиною, становить 30°.

Розв'язання

Відповідь:

9. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює a. Знайдіть відстань між прямими AC_1 і BB_1.

Розв'язання

Відповідь:

Дата: _____ Клас: _____ Прізвище, ім'я: _____	Оцінка

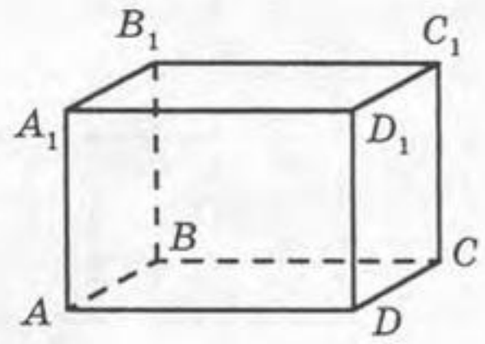
КОНТРОЛЬНА РОБОТА 7

ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ

☐ Варіант 3 ← Позначте виконуваний варіант → Варіант 4 ☐

У завданнях 1–6 позначте одну правильну, на вашу думку, відповідь.

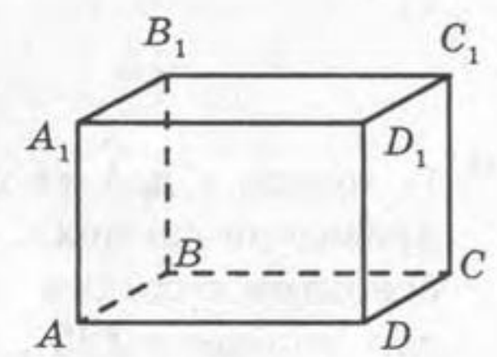
1. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть відрізок, який є проекцією діагоналі BD_1 на площину:



BCC_1	ADD_1

☐ **А** DB ☐ **Б** AB ☐ **В** AD_1 ☐ **Г** BC_1 ☐ **Д** DC

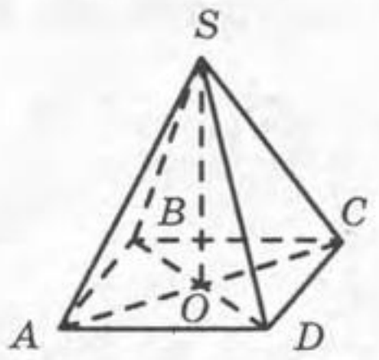
2. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть кут між прямою BD_1 і площиною:



BCC_1	ADD_1

☐ **А** $\angle ADC$ ☐ **Б** $\angle DCC_1$ ☐ **В** $\angle AD_1B$ ☐ **Г** $\angle D_1BC_1$ ☐ **Д** $\angle B_1DC$

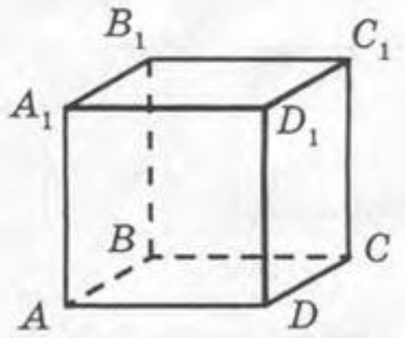
3. На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду $SABCD$. Укажіть градусну міру кута між прямими:



SA і BD	SD і AC

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

4. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть градусну міру кута між площиною BCD_1 і площиною:



BCC_1	ADD_1

☐ **А** 0° ☐ **Б** 30° ☐ **В** 45° ☐ **Г** 60° ☐ **Д** 90°

5. Знайдіть указану тригонометричну функцію кута між діагоналлю куба та площиною однієї з його граней.

Косинус	Котангенс

☐ **А** $\sqrt{3}$ ☐ **Б** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ☐ **В** $\sqrt{2}$ ☐ **Г** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ☐ **Д** $\sqrt{\frac{2}{3}}$

6. Знайдіть площу грані куба, якщо площа перерізу куба площиною, яка проходить через ребро основи куба та утворює з площиною основи кут:

45°, дорівнює a^2	30°, дорівнює a^2

☐ **А** $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$ ☐ **Б** $\sqrt{2}a^2$ ☐ **В** $\frac{2\sqrt{2}a^2}{3}$ ☐ **Г** $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$ ☐ **Д** $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$

7.•• Точка O — центр квадрата $ABCD$, пряма SO перпендикулярна до площини цього квадрата. Доведіть, що $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO = \angle SDO$.

7.•• Точка O — центр квадрата $ABCD$, пряма SO перпендикулярна до площини цього квадрата. Доведіть, що $\angle ASO = \angle BSO = \angle CSO = \angle DSO$.

Розв'язання

8.•• Із точки, віддаленої від площини на 6 см, проведено дві похилі. Знайдіть відстань між основами похилих, якщо кут між їх проекціями дорівнює 120°, а кожна похила утворює з площиною кут 45°.

8.•• Із точки, віддаленої від площини на 6 см, проведено дві похилі. Знайдіть відстань між основами похилих, якщо кут між їх проекціями дорівнює 120°, а кожна похила утворює з площиною кут 30°.

Розв'язання

Відповідь:

9.•• Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює a. Знайдіть відстань між прямими B_1D і AA_1.

9.•• Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює a. Знайдіть відстань між прямими BD_1 і CC_1.

Розв'язання

Відповідь:

ЗМІСТ

ЧАСТИНА 1. ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНЬ

Методичні рекомендації щодо використання перевірочних робіт для поточного контролю 2

СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ФАКТІВ І МЕТОДІВ ПЛАНІМЕТРІЇ

Картка контролю теоретичних знань 1 3

Графічний тренінг 1 4

ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ

Картка контролю теоретичних знань 2 5

Графічний тренінг 2 6

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ, ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ

Картка контролю теоретичних знань 3 7

Графічний тренінг 3 8

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПЛОЩИН

Картка контролю теоретичних знань 4 9

Графічний тренінг 4 10

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ

Картка контролю теоретичних знань 5 11

Графічний тренінг 5 12

ТЕОРЕМА ПРО ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН. КУТИ МІЖ ПРЯМИМИ ТА ПЛОЩИНАМИ

Картка контролю теоретичних знань 6 13

Графічний тренінг 6 14

ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ

Картка контролю теоретичних знань 7 15

Графічний тренінг 7 16

Самостійна робота 1. Планіметрія (повторення) 17

Самостійна робота 2. Аксіоми стереометрії та наслідки з них 18

Самостійна робота 3. Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельність прямих 19

Самостійна робота 4. Взаємне розміщення прямої і площини у просторі. Паралельність прямої і площини 20

Самостійна робота 5. Взаємне розміщення площин у просторі. Паралельність площин 21

Самостійна робота 6. Паралельне проектування, його властивості 22

Самостійна робота 7. Перпендикулярність прямих у просторі 23

Самостійна робота 8. Перпендикулярність прямої і площини 24

Самостійна робота 9. Перпендикуляр і похила. Відстань від точки до площини 25

Самостійна робота 10. Властивість точки, рівновіддаленої від вершин многокутника 26

Самостійна робота 11. Теорема про три перпендикуляри. Відстань від точки до прямої 27

Самостійна робота 12. Властивість точки, рівновіддаленої від сторін многокутника 28

Самостійна робота 13. Перпендикулярність площин 29

Самостійна робота 14. Кути між прямими 30

Самостійна робота 15. Кут між прямою і площиною 31

Самостійна робота 16. Кут між площинами 32

Самостійна робота 17. Площа ортогональної проекції многокутника 33

Самостійна робота 18. Повторення та систематизація навчального матеріалу 34

ЧАСТИНА 2. КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ

Методичні рекомендації щодо використання контрольних робіт 36

Контрольна робота 1. Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії 37

Контрольна робота 2. Вступ до стереометрії 41

Контрольна робота 3. Паралельність прямих, прямої і площини 45

Контрольна робота 4. Паралельність площин 49

Контрольна робота 5. Перпендикулярність прямої і площини 53

Контрольна робота 6. Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Кути між прямими та площинами 57

Контрольна робота 7. Повторення та систематизація навчального матеріалу 61